

تمارين حول الحسابيات

التمرين (1)

- (1) أ- حدد باقي قسمة العدد 2018 على 11
 ب- استنتج باقي قسمة العدد $2^{2018} + 2018$ على 11
 (2) ليكن p عددا طبيعيا . نعتبر الأعداد الطبيعية $A_n = 2^n + p$ و نضع $d_n = A_n \wedge A_{n+1}$
 أ- بين أن $d_n \mid 2^n$
 ب- أدرس زوجية العدد A_n
 ج- استنتج $(2^{2018} + 2019) \wedge (2^{2019} + 2019)$

التمرين (2)

- (A) (1) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $673x - 2018y = 1$ (I)
 أ- حدد حلا خاص للمعادلة (I) ثم استنتج مجموعة حلول المعادلة (I)
 ب- بين أن 3 هو العدد الطبيعي الذي يحقق $673x_0 \equiv 1 \pmod{2018}$ و $1 \leq x_0 < 2018$
 (2) بين أنه إذا كان a عدد نسبي أولي مع 2018 فإن $a^{2016} \equiv 1 \pmod{2018}$ (نعطي العدد 1009 أولي)
 (B) نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}$ المعادلة $x^{2015} \equiv 673 \pmod{2018}$ (II)
 (1) ليكن x حلا للمعادلة (II)
 بين أن $x \wedge 2018 = 1$ و استنتج أن $673x \equiv 1 \pmod{2018}$
 (2) ليكن x عددا بحيث $673x \equiv 1 \pmod{2018}$. بين أن x حلا للمعادلة (II)
 (3) استنتج أن $x \equiv 3 \pmod{2018}$ هي مجموعة حلول المعادلة (II)

التمرين (3)

- ليكن p عدد أولي أكبر من أو يساوي 3 . نعتبر في المجموعة $\mathbb{N}^2$ المعادلة $2x - py = 1$ (I)
 (1) تحقق أن $\left(\frac{p+1}{2}, 1\right)$ حلا للمعادلة (I) ثم حدد مجموعة حلول المعادلة (I)
 (2) أ- حل في المجموعة $\mathbb{N}$ المعادلة $x^p + x - 1 \equiv 0 \pmod{p}$ (II)
 ب- نفترض أن $p = 1009$. بين أن $x \equiv 505 \pmod{2018}$ أو $x \equiv 1514 \pmod{2018}$

التمرين (4)

- (I) (1) علما أن $1439 \times 237 - 2018 \times 169 = 1$ بين أن $1439 \wedge 2018 = 1$
 (2) حدد في $\mathbb{Z}^2$ مجموعة حلول المعادلة $1439x - 2018y = 1$ (E)
 (II) نعتبر في المجموعة $\mathbb{N}$ المعادلة $x^{1007} \equiv 237 \pmod{2018}$ (F)
 (1) ليكن x حلا للمعادلة (F) و نضع $d = x \wedge 2018$
 أ- بين أن $d \mid 237$ ثم استنتج أن $d = 1$
 ب- بين أن $x^{1008} \equiv 1 \pmod{2018}$ (نعطي العدد 1009 أولي)
 ج- استنتج أن $237x \equiv 1 \pmod{2018}$

تمارين حول الحسابات

(2) ليكن x عددا طبيعيا بحيث $237x \equiv 1 \pmod{2018}$

حدد $2018x$ ثم أثبت أن x حلا للمعادلة (F)

(3) استنتج أن مجموعة حلول المعادلة (F) هي الأعداد الطبيعية x بحيث $x \equiv 1439 \pmod{2018}$

التمرين (5)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}$ المعادلة (E) $2x^{2016} - x - 1 \equiv 0 \pmod{2018}$

(1) ليكن x حلا للمعادلة (E)

أ- بين أن $x \wedge 2018 = 1$ واستنتج أن $x^{2016} \equiv 1 \pmod{2018}$ (نعطي العدد 1009 أولي)

ب- بين أن $x \equiv 1 \pmod{2018}$

(2) حدد مجموعة حلول المعادلة (E)

التمرين (6)

(I) (1) علما أن $1439 \times 237 - 2018 \times 169 = 1$ بين أن $1439 \wedge 169 = 1$

(2) حدد في $\mathbb{Z}^2$ مجموعة حلول المعادلة $1439x - 2018y = 1$ (A)

(II) نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}$ المعادلة (B) $x^{1437} \equiv 169 \pmod{1439}$

(1) ليكن x حلا للمعادلة (B) ونضع $d = x \wedge 1439$

أ- بين أن $d \mid 169$ واستنتج أن $d = 1$

ب- بين أن $169x \equiv 1 \pmod{1439}$ (العدد 1439 أولي)

(2) ليكن x عددا بحيث $169x \equiv 1 \pmod{1439}$. بين أن x حلا للمعادلة (B)

(3) استنتج أن $x \equiv 2018 \pmod{1439}$ هي مجموعة حلول المعادلة (B)

التمرين (7)

نعطي العدد 2017 أولي. نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $2018x - 2017y = 5$ (E)

(1) ليكن (x, y) حلا للمعادلة (E)

أ- بين أن $x \equiv 5 \pmod{2017}$ و $y \equiv 5 \pmod{2018}$

ب- بين أن $x^{2016} \equiv 1 \pmod{2017}$ و $y^{2016} \equiv 1 \pmod{2018}$ ($2018 = 2 \times 1009$ هو تفكيك العدد إلى عوامل أولية)

(2) علما أن $(5, 5)$ حل خاص للمعادلة (E) حدد مجموعة حلول المعادلة (E)

(3) نضع $a_n = 5 + 2017 \times 2018^n$ و $b_n = 5 + 2018^{n+1}$ و $d_n = a_n \wedge b_n$

أ- حدد القيم الممكنة للعدد d_n

ب- بين أن $d_n = 1$

ج- بين أن $a_n^4 \equiv 1 \pmod{5}$ و $b_n^4 \equiv 1 \pmod{5}$ ثم استنتج أن $25 \mid (a_n^4 - 1)(b_n^4 - 1)$

د- استنتج رقمي الوحدات والعشرات للعدد $(a_n^4 - 1)(b_n^4 - 1)$ (في أنظمة العد ذات الأساس 10)