

السنة 2 بكالوريا علوم رياضية	الحسابيات	سلسلة 2
تمرين 1: a و b و c أعداد صحيحة طبيعية غير منعدمة. (الأسئلة مستقلة)		
(1) بين أن: $(a \wedge b) + (a \vee b) = a + b \Leftrightarrow a/b \text{ ou } b/a$		
(2) بين أن: $(a^2 + ab + b^2) \wedge ab = 1 \Leftrightarrow a \wedge b = 1$		
(3) بين أن: $c/(a \wedge c)(b \wedge c) \Leftrightarrow c/ab$		
(4) بين أن: $(a^2 - b^2) \wedge (a^3 - b^3) = (a - b)$ (حيث $a > b$)		
تمرين 2: n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.		
(1) بين أن: $\forall (a, b) \in \mathbb{N}^2 \quad 15 \nmid ab(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$		
(2) بين أن: $\forall n \in \mathbb{N} \quad 42 \nmid n^7 - n$		
(3) بين أن: $\forall n \in \mathbb{N} \quad 9 \nmid 4^n + 6n + 8$		
(4) بين أن: $\forall n \in \mathbb{N} \quad 6^n \equiv 1 + 5n \pmod{25}$		
تمرين 3: a و b و c و d أعداد صحيحة طبيعية غير منعدمة.		
بين أن: $a^{4b+d} - a^{4c+d} \equiv 0 \pmod{30}$		
تمرين 4: p عدد أولي أكبر من 2 و n عدد صحيح طبيعي غير منعدم. (السؤالان مستقلان)		
(1) بين أن: $(n+1)^p \equiv n^p + 1 \pmod{p^2}$		
(2) بين أن: $n^{p^2} \equiv n^p \pmod{p^2}$		
تمرين 5: n عدد صحيح طبيعي أكبر من 1. (السؤالان مستقلان)		
(1) بين أن العدد: $A_n = n^4 + n^2 + 1$ غير أولي.		
(2) بين أن التفكيك الأولي للعدد A_n لا يحتوي على العدد 2		
(3) بين أن: $n \wedge 3 = 1 \Rightarrow 3 \nmid A_n$		
تمرين 6: a و b و x أعداد من $\mathbb{N}^*$ حيث $x > 1$ ، نضع: $a \wedge b = d$		
(1) بين أن: $(x^d - 1) \mid (x^a - 1) \wedge (x^b - 1)$		
(2) نعتبر المعادلة: $(E) \quad ax + by = d$		
أ) بين أن المعادلة (E) تقبل على الأقل حلا (x_0, y_0) في $\mathbb{Z}^2$		
ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)		
ج) استنتج أن: $\exists (u, v) \in \mathbb{N}^2 \mid au - bv = d$		
د) تحقق أن: $(x^{au} - 1) - (x^{bv} - 1)x^d = (x^d - 1)$		
(3) استنتج مما سبق أن: $(x^a - 1) \wedge (x^b - 1) = (x^{a \wedge b} - 1)$		