



الأعداد العقدية تعريف وخصائص

مذكرة القواعد

الشكل الجبري

- $i \notin \mathbb{R}$ ، $i^2 = -1$
- $z \in \mathbb{C}$ يعني $z = a + ib$ حيث $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ ويسمى الشكل الجبري
- $z \in i\mathbb{R}$ يعني $z = ib$ حيث $b \in \mathbb{R}$ ويسمى عددا تخيليا صرفا
- نكتب : $\text{Re}(z) = a$ و $\text{Im}(z) = b$

المعيار

a هو b عدنان حقيقيان

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ هو معيار } z = a + ib$$

المرافق

a هو b عدنان حقيقيان

$$\bar{z} = a - ib \text{ هو مرافق } z = a + ib$$

$$\overline{7i - 8} = -8 - 7i \text{ ، } \overline{3 + 4i} = 3 - 4i \text{ ، } |3 + 4i| = \sqrt{9 + 16} = 5 \text{ أمثلة:}$$

متساويات هامة

$$i = \frac{1}{2}(1 + i)^2 \text{ ، } -i = \frac{1}{2}(1 - i)^2 \text{ ، } i^4 = 1 \text{ ، } i^3 = -i \text{ ، } |z| = 1 \Leftrightarrow z\bar{z} = 1 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1}{z} \text{ ، } z\bar{z} = |z|^2$$

خاصيات

لكل : $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ و $(a', b') \in \mathbb{R}^2$:

$$\begin{aligned} a + ib \in i\mathbb{R} &\Leftrightarrow a = 0 \\ z \in i\mathbb{R} &\Leftrightarrow \text{Re}(z) = 0 \end{aligned} \text{ ، } \begin{aligned} a + ib \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow b = 0 \\ z \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \text{Im}(z) = 0 \end{aligned} \text{ ، } a + ib = a' + ib' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$$

$$z \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow \bar{z} = -z \text{ ، } z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \bar{z} = z$$

لكل : $(z, z') \in \mathbb{C}^2$

$$\overline{z^n} = (\bar{z})^n \text{ ، } \overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'} \text{ ، } \overline{z z'} = \bar{z} \bar{z}' \text{ ، } \overline{z - z'} = \bar{z} - \bar{z}' \text{ ، } \overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$$

$$|z + z'| \leq |z| + |z'| \text{ ، } |z^n| = |z|^n \text{ ، } \left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|} \text{ ، } |z||z'| = |z z'|$$

حالات خاصة، لكل $a \in \mathbb{R}$

$$\overline{z + iz'} = \bar{z} - i \bar{z}' \text{ ، } \overline{z + a z'} = \bar{z} + a \bar{z}' \text{ ، } \overline{iz} = -i \bar{z} \text{ ، } \overline{az} = a \bar{z} \text{ ، } \bar{i} = -i \text{ ، } \bar{a} = a$$

انتبه: $z + iz'$ و $z - iz'$ ليسا مترافقين، لأن z و z' ليسا بالضرورة حقيقيان.