

المعادلات التفاضلية Equations différentielles

I. تعريف :

كل معادلة يكون المجهول فيها دالة وتحتوي صيغته على هذه الدالة تسمى معادلة تفاضلية.

II. معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى :

المعادلة	مجموعة الحلول
$y' + ay = 0$	$y(x) = \alpha e^{-ax} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$
$y' + ay = b$	$y(x) = \alpha e^{-ax} - \frac{b}{a}$
$y' + ay = f(x)$	الحل الخاص + الحل العام $y(x)$

III. معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية :

✓ $y'' + ay' + by = 0$ لحل هذه المعادلة نتبع المراحل التالية:

• المعادلة المميزة : $r^2 + ar + b = 0$

• نحسب المميز للمعادلة المميزة : $\Delta = a^2 - 4b$

• نميز بين 3 حالات حسب المميز

أ - إذا كان $\Delta > 0$. للمعادلة المميزة حلين r_1 و r_2 . إذن الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$y(x) = \alpha e^{r_1 x} + \beta e^{r_2 x} \quad (\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2$$

ب - إذا كان $\Delta = 0$. للمعادلة المميزة حل وحيد مزدوج هو $r = -\frac{b}{2a}$. إذن الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$y(x) = (\alpha x + \beta) e^{rx} \quad (\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2$$

ج - إذا كان $\Delta < 0$ فللمعادلة المميزة حلين عقديين مترافقين هما : $r_1 = p + iq$ و $r_2 = p - iq$

$$y(x) = e^{p(x)} (\alpha \cos(qx) + \beta \sin(qx))$$

• حالة خاصة : حل المعادلة التفاضلية $y'' + \omega^2 y = 0$ هو $y(x) = \alpha \cos(\omega x) + \beta \sin(\omega x)$