هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

## تمارين

### تمرين1

نعتبر أن الدالة العددية $f$ متصلة على $[0;1]$ قابلة للاشتقاق على $]0;1[$ بحيث $f(1)=1$ و $f(0)=0$

بين أن $\exists c\in ]0;1[ \quad 2cf'(c)=\sqrt{c}$

### تمرين2

لتكن $f$ دالة عددية معرفة على $[0;1]$ بما يلي $f(x)=\frac{1}{4}\tan\frac{1}{x+1}$

7- بين أن $f$ قابلة للاشتقاق على $[0;1]$ و أن $\forall x\in[0;1] \quad |f'(x)|\le\frac{1}{4\cos^2 1}$

8- بين أن $f([0;1])\subset[0;1]$

9- أ- بين أنه : $\exists!\alpha\in]0;1[ \quad f(\alpha)=\alpha$

ب- استنتج أن $\forall x\in]0;1[-\{\alpha\} \quad |f(x)-\alpha|\le\frac{1}{4\cos^2 1}|x-\alpha|$

4- نعتبر المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0\in]0;1[-\{\alpha\} \\ u_{n+1}=\frac{1}{4}\tan\left(\frac{1}{u_n+1}\right)\end{cases}$

أ- بين أن $\forall n\in\mathbb{N} \quad |u_n-\alpha|\le\left(\frac{1}{4\cos^2 1}\right)^n|u_0-\alpha|$

ب- استنتج أن $(u_n)$ متقاربة و حدد نهايتها.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين3

I- لتكن $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ $\begin{cases} f(x)=x+2-\sqrt{x^2+2x} & x\prec -2 \\ f(x)=\arctan\sqrt{x+2} & x\geq -2 \end{cases}$

1- أدرس اشتقاق $f$ عند 2-

2- حدد الدالة المشتقة للدالة $f$

II- ليكن $g$ قصور $f$ على $[0;2]$ و $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=g(u_n) \end{cases} \quad \forall n\in\mathbb{N}$

3- أ ) بين أن $\forall x\in\mathbb{R}^+ \quad \arctan x\leq x$

ب) بين أن $\forall n\in\mathbb{N} \quad 0\leq u_n\leq 2$

ج) بين أن $(u_n)$ متقاربة

2- أ) بين أن المعادلة $g(x)=x$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ من $]0;2[$

ب) أثبت أن $\forall x\in]0;2[ \quad g'(x)\leq \frac{1}{6\sqrt{2}}$

ج) بين أن $\forall n\in\mathbb{N} \quad |u_{n+1}-\alpha|\leq \frac{1}{6\sqrt{2}}|u_n-\alpha|$ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

تمرين4

لتكن $f$ متصلة على $[a;b]$ بحيث $f(a)=f(b)=0$ و $f'(a)=0$

بين أنه $\exists c\in\mathbb{N} \quad f'(c)=\frac{f(c)}{c \quad a}$

تمرين5 مبرهنة LAGRANGE)

لتكن $f$ و $g$ متصلتين على $[a;b]$ و قابلتين للاشتقاق على $]a;b[$ بحيث $\forall x\in]a;b[ \quad g'(x)\neq 0$

1- بين أن $g(a)\neq g(b)$

2- نعتبر الدالة $\psi$ المعرفة على $[a;b]$ بـ: $\psi(x)=f(x)-f(a)-k(g(x)-g(a))$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

**أ)** حدد $k$ لكي تكون $\psi(b)=0$

**ب)** استنتج أن $\exists c\in ]a;b[\quad \dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\dfrac{f'(c)}{g'(c)}$

تمرين6

لتكن $f$ دالة عددية قابلة للاشتقاق على $[0;1]$ بحيث $f(0)=0$ و $f'(x)\neq 0\quad \forall x\in[0;1]$

بين أن $f$ لها إشارة ثابتة على $[0;1]$

تمرين7

لتكن $f$ متصلة على $[a;b]$ و قابلة للاشتقاق على $]a;b[$

ليكن $x_0\in]a;b[$ و $k\in\mathbb{R}_+^*$ بحيث $[x_0;x_0+h]\subset[a;b]$

1- بين أنه: $\exists\theta\in]0;1[\quad f(x_0+h)-f(x_0)=hf'(x_0+\theta h)$

2- تطبيق نعتبر $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$

حدد $\theta$ بدلالة $h$ ثم أحسب $\lim\limits_{h\to 0}\theta$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma