

~ الثانية علوم رياضية ~
تمرين دراسة الدوال

نص التمرين

$$\begin{cases} f(x) = x^2 \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) & ; x < 0 \\ f(x) = 2\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x^2} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ- بين أن الدالة f متصلة في الصفر.
ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ- أدرس قابلية اشتقاق f في الصفر على اليمين ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .
ب- أدرس قابلية اشتقاق f في الصفر على اليسار ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

(3) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^-$ بما يلي : $g(x) = 2\operatorname{Arc tan}(x) - \frac{x}{1+x^2}$
أ- أدرس تغيرات الدالة g
ب- أستنتج إشارة $g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}^-$

(4) أ- بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}_*^-) f'(x) = x.g\left(\frac{1}{x}\right)$
ب- بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}_*^+) f'(x) = \frac{2(1-\sqrt[3]{x})}{3\sqrt[3]{x^2}}$
ج- ضع جدول تغيرات الدالة f

(5) أ- باستعمال مبرهنة التزايد المتناهية بين أن : $(\forall t \in \mathbb{R}_*^-) : t < \operatorname{Arc tan}(t) < \frac{t}{1+t^2}$
ب- استنتج أن : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{\operatorname{Arc tan}(x) - x}{x^2}$
ج- بين أن المستقيم $y = x$: (D) مقارب مائل ل (C_f) بجوار $-\infty$
د- أدرس الفرع اللانهائي ل (C_f) بجوار $+\infty$

(6) أ- حدد معادلة المماس ل (C_f) في النقطة ذات الأفصول 8

ب- أنشئ (C_f)

(7) ليكن h قصور الدالة f على المجال $I = [1, +\infty[$

أ- بين أن h تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده

ب- حدد $(h^{-1})'(0)$

ج- أنشئ $(C_{h^{-1}})$ في نفس المعلم السابق

つづく