



التمرين الخامس

(1) بين أن المعادلة $\cos x = \frac{2}{(x+1)^2}$ تقبل على الأقل حلا

في \mathbb{R}

(2) ليكن a عددا من \mathbb{R}^{*+} و نعتبر الدالة f المعرفة

$$f(x) = x^4 + x^2 + ax - 2$$

(أ) بينه أنه المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا في المجال $[-1, 1]$
(ب) هل هذا الحل وحيد؟

التمرين السادس

(1) ليكن f و g دالتين متصلتين على المجال $[a, b]$

و بحيث $f(a) < g(a)$ و $f(b) > g(b)$.

بينه أنه $(\exists \alpha \in]a, b[) f(\alpha) = g(\alpha)$

(2) ليكن f دالة متصلة على المجال $[a, b]$

و بحيث $(\forall x \in [a, b]) f(x) \neq x$ بينه أنه :

المعادلة $f \circ f(x) = x$ لا تقبل حلا في $[a, b]$

التمرين السابع

ليكن n عدد طبيعي و بحيث $n \geq 2$.

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \sqrt[n]{\sqrt{x} - 1}$

حدد D_f و بينه أنه f تقابل من D_f نحو مجال J يتم

تحديده و أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J

التمرين الثامن

ليكن a عدد حقيقي من المجال $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\left]-a, \frac{\pi}{2}\right[$ بما يلي :

$$f(x) = \frac{\sin x}{\sin(x+a)}$$

(1) أحسب النهاية $\lim_{\substack{x \rightarrow -a \\ x > -a}} f(x)$

(2) بينه أنه f تقابل من $\left]-a, \frac{\pi}{2}\right[$ نحو مجال J

(3) عرف الدالة العكسية f^{-1}

التمرين الأول

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3}}{\sqrt[3]{x} - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[4]{x-1} - \sqrt[3]{3-x}}{\sqrt[3]{x-1} - \sqrt{x-1}}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x} - 3}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - \sqrt{x} - \sqrt{x} - 1}{(x-1)^2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt[5]{x+1} - \sqrt[5]{x}}{3\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{x}}$$

التمرين الثاني

ليكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - x - a}{|x+1| - 1} & ; x > 0 \\ f(0) = c \\ f(x) = \frac{bx+1}{x-1} & ; x < 0 \end{cases}$$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

(2) حدد الأعداد a, b و c كي تكون الدالة f متصلة

على D_f

التمرين الثالث

أدرس هل الدالة f تقبل تمديدا بالاتصال في النقطة x_0

$$(أ) \quad x_0 = 0 \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{(1+x)^n - 1 - nx}{x^2}$$

$$(ب) \quad x_0 = 1 \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)} \quad \text{على اليمين}$$

التمرين الرابع

ليكن a عددا حقيقيا .

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = 2x^2 + a + 1 & ; x \leq -a \\ f(x) = \frac{4x}{2x+1} & ; x > -a \end{cases}$$

(1) حدد D_f تبعا لقيم العدد a

(2) نفترض أنه $a < 0$

أ- أدرس اتصال f على $]-\infty, -a[$ و $]-a, +\infty[$

ب- حدد قيمة العدد a كي تكون f متصلة على \mathbb{R}

(نعطي $(t-1)^2(t+2) = t^3 - 3t + 2$)