

تمارين رقم 6

لكن f دالة منصلة على $[a, b]$ $x_1, x_2, \dots, x_n$ عنصر من $[a, b]$ بين أن:

$$(\exists \alpha \in [a, b]) : f(\alpha) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k)$$

تمارين رقم 7

1) احسب $\cos(\arctan x)$ و $\sin(\arctan x)$ بدالة x

$$2 \arctan(\sqrt{x^2 + 1} - x) + \arctan x = \frac{\pi}{2} \quad \text{بين أن}$$

$$\arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4} \quad \text{بين أن}$$

$$\arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{5} + \arctan \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4} \quad \text{بين أن}$$

ب- استنتج قيمة $d = \arctan 2 + \arctan 5 + \arctan 8$

تمارين رقم 8

حد في $\mathbb{R}$ اطعادات التالية:

$$\arctan x + \arctan 2x = \frac{\pi}{4} \quad \text{أ-}$$

$$\sqrt[3]{3+x} + \sqrt[3]{3-x} = \sqrt[6]{9-x^2} \quad \text{ب-}$$

$$\frac{\sqrt{x+2}}{x} + \frac{\sqrt{x+2}}{2} = \sqrt{x} \quad \text{ج-}$$

تمارين رقم 9

نعبر الدالة f المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\pi}{2} + \frac{\sqrt[3]{x}-1}{1+\sqrt[3]{x}-1} & x \geq 1 \\ f(x) = \arctan \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} & x < 1 \end{cases}$$

1- بين أن $D_f = \mathbb{R}^+$

2- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3- أدرس اتصال f عند النقطة 0

4- أدرس اتصال f على المجال $]0, 1[$

5- ليكن g قصور الدالة f على المجال $[1, +\infty[$

$$\forall x \geq 1 \quad g(x) = \frac{\pi}{2} + h(\sqrt[3]{x}-1) \quad \text{بين أن}$$

حيث أن $h(x) = \frac{x}{x+1}$ واستنتج أن g نزائبة

ب- بين أن g تقابل من $[1, +\infty[$ نحو مجال J

حدد $g^{-1}(x)$ لك x من J

ذ: المراقبة

تمارين رقم 1

احسب النهاية التالية: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x^2+1}-3\sqrt{x+3}}{x+2}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x\sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3 - \sqrt{x^3}} - x\sqrt{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}-2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{\sqrt{x+1}-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{x+1}\sqrt{1-x}}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{2x-1} - \sqrt{2-x}}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt[6]{x}-\sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x - \sqrt[3]{x^2}} - \sqrt[3]{x+1}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x^2+4} + x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[4]{x^2+2x}}{\sqrt{-x+1}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+1} - \sqrt[3]{x^3+1})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x+1} - \sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^2}(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \arctan \frac{1}{x+1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} \sqrt[6]{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\arctan x - \frac{\pi}{2} \right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \arctan \frac{2x}{x^2+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \arctan x - \frac{\pi}{4}}{x-1}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctan x - \frac{\pi}{4}}{x-1}$$

تمارين رقم 2

لكن f دالة منصلة من $[a, b]$ نحو $[a, b]$ وحيث $f(a) < 0$

$$(\exists \alpha \in]a, b[) : f(\alpha) = \frac{a-\alpha}{b-\alpha} \quad \text{بين أن}$$

تمارين رقم 3

لكن f دالة منصلة على $[0, 1]$ وحيث $f(0) = f(1)$

$$\left(\exists a \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \right) : f(a) = f\left(a + \frac{1}{2}\right) \quad \text{بين أن}$$

تمارين رقم 4

لكن f دالة منصلة على $[0, 1]$ وحيث $f(0) \neq f(1)$

p, q من $\mathbb{R}^+$ بين أن:

$$(\exists x_0 \in]0, 1[) : pf(0) + qf(1) = (p+q)f(x_0)$$

تمارين رقم 5

لكن f دالة موجبة منصلة على $\mathbb{R}^+$ وحيث:

$$(\exists \alpha \in \mathbb{R}^+) \quad f(\alpha) = \alpha \quad \text{بين أن} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = a < 1$$