

التمرين 1: I- ارسم المنحنى (C) الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي: $g(t) = \frac{1}{t} \exp(-t^2)$

II - نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $F(x) = \int_x^{2x} g(t) dt$ من أجل $x \neq 0$ و $F(0) = \ln 2$

1- ادرس زوجية الدالة F .

2- (أ) بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على المجال $]0, +\infty[$ وأن: $F'(x) = \frac{e^{-4x^2}}{x} (1 - e^{3x^2})$

(ب) استنتج منحنى تغيرات الدالة F على المجال $]0, +\infty[$

3- (أ) بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad e^x \geq 1 + x$

(ب) استنتج أن: $(\forall t > 0) \quad \frac{1}{t} - t \leq g(t) \leq \frac{1}{t}$

(ج) بين أن: $(\forall x > 0) \quad \ln 2 - \frac{3x^2}{2} \leq F(x) \leq \ln 2$

(د) بين أن الدالة F متصلة و قابلة للاشتقاق في 0.

4- (أ) بين أن: $(\forall t \geq 1) \quad e^{-t^2} \leq e^{-t}$

(ب) استنتج أن: $(\forall x \geq 1) \quad F(x) \leq \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}$

(ج) حدد نهاية الدالة F عند $+\infty$

5- (أ) أعط جدول تغيرات الدالة F على $\mathbb{R}$

(ب) ارسم المنحنى (Γ) الممثل للدالة F

تمرين 2: F الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ ب: $F(x) = \int_0^x \frac{e^t}{t+x} dt$

(1) بين أن: $\frac{e-1}{1+x} \leq F(x) \leq \frac{e-1}{x} \quad \forall x \in]0, +\infty[$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$

(2) بين أن: $F(x) \geq \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) \quad \forall x \in]0, +\infty[$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x)$

6- (أ) بين أن: $F(x) = e^{-x} \int_x^{x+1} \frac{e^u}{u} du$

(ب) استنتج أن F قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ ثم بين أن:

$$\forall x \in]0, +\infty[\quad F'(x) = - \int_0^1 \frac{e^t}{(t+x)^2} dt$$

(ج) استنتج أن F تناقصية على $]0, +\infty[$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة F