

ثانوية الجولان التأهيلية – بيوكرى –

السنة الدراسية : 2007-2008

فرض منزلي رقم: 01

السنة الثانية بكالوريا

شعبة العلوم الرياضية

الأستاذ : مومني

التمرين رقم: 01

1 - لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:  $f(x) = \frac{\sqrt[4]{1+x} - \sqrt[3]{1+x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1+x}}$

a - حل في المجال  $[-1, +\infty[$  المعادلة:  $\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1+x} = 0$

b - استنتج أن:  $D_f = ]-1, 0[ \cup ]0, +\infty[$

c - بين أن:  $(\forall x \in D_f): f(x) = \frac{1}{\sqrt[12]{1+x} (1 + \sqrt[12]{1+x})}$

2 - ليكن  $E(x)$  الجزء الصحيح للعدد الحقيقي  $x$

a - بين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - E(x)}{x+1} = 1$

b - بين أن:  $(\forall x \in ]0, +\infty[): 0 < (x+1) \left( 1 - \sqrt{\frac{2x - E(x)}{x+1}} \right)^2 \leq \left( \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} \right)^2$

3 - نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} g(x) = \left( \frac{x+1}{x} \right) \left( 1 - \cos \left( 1 - \sqrt{\frac{2 - xE\left(\frac{1}{x}\right)}{x+1}} \right) \right) & ; x \in ]0, +\infty[ \\ g(x) = f(x) + \frac{\sqrt{x^2 - 2x \operatorname{Arc tan} x + 1} - 1}{x^2} & ; x \in ]-1, 0[ \end{cases}$$

بين أنه يمكن تمديد الدالة  $g$  بالاتصال في النقطة 0

التمرين رقم: 02

1 - نضع:  $h(x) = 8x^5 - 20x^2 - 3$

a - ضع جدولا لتغيرات الدالة  $h$

b - بين أن المعادلة:  $h(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $x_0$  من المجال  $]1, 2[$

c - استنتج إشارة  $h(x)$  على  $\mathbb{R}$

2 - نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $g(x) = x^8 - 4x^5 - x^3 + 1$

a - ضع جدولا لتغيرات الدالة  $g$

b - بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين مختلفين و وحيدتين  $x_1$  و  $x_2$  بحيث:  $0 < x_1 < 1 < x_0 < x_2 < 2$   
 3 - حدد حيز تعريف الدالة  $f$  المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \frac{\sqrt[5]{-x^4 - x^2 + 2}}{\sqrt[7]{x^8 - 4x^5 - x^3 + 1}}$$

### التمرين رقم 03:

حل معادلات تحتوي على تعابير من  $\text{Arctan}$   
 (الأسئلة الأربعة التالية مستقلة فيما بينها)

1 - ليكن  $\alpha$  عددا حقيقيا بحيث:  $\alpha = \arctan \frac{1}{3}$

a - أحسب  $\tan 4\alpha$

b - استنتج حلول المعادلة:  $\arctan x = 4 \arctan \frac{1}{3} - \frac{\pi}{4}$

2 - حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة التالية:  $\text{Arc tan } x = \frac{\pi}{4} + 2 \text{Arc tan } \frac{1}{4}$

3 - a - تحقق أن:  $2 \arctan 2 - \text{Arc tan } \frac{1}{4} > 0$

b - حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة التالية:  $\text{Arc tan } x + \text{Arc tan } \frac{1}{4} = 2 \text{Arc tan } 2$

4 - بين أن:  $\text{Arc tan } \frac{1}{3} - \text{Arc tan } \left( 2 + \frac{5\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{-\pi}{3}$

### التمرين رقم 04:

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة كما يلي:  $f(x) = \text{Arc tan} \left( \frac{2x}{1-x^2} \right)$

1 - بين أنه يوجد على الأقل عدد حقيقي  $\alpha$  من المجال  $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$  بحيث:  $f(\alpha) = 2 \text{Arc tan } \alpha$

2 - بين أن:  $f(x) = 2 \text{Arc tan } x \Leftrightarrow x \in ]-1, 1[$

(يمكن وضع  $x = \tan \beta$  بحيث  $\beta \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[ - \left\{ -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right\}$ )

3 - لتكن  $(E)$  النظمة التالية:

$$\begin{cases} f(x) = 2 \text{Arc tan } x \\ \frac{\pi}{2} - 2 \text{Arc tan } x = \text{Arc tan} \left( \frac{1-x^2}{2x} \right) \end{cases}$$

بين أن مجموعة حلول النظمة  $(E)$  هي المجال  $]0, 1[$