

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2023



SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSS

مختصر الإجابة

NR 24

4h

مدة الإنجاز

الرياضيات

المادة

9

المعامل

شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

الشعبة أو المسلك

التمرين 1		عناصر الإجابة		سلم التقط		
I	-1	(أ)	المتفاوتة المزدوجة.	0.25x2		
		(ب)	المتفاوتة المزدوجة.	0.25x2		
	-2	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{g(x)-1}{x} = \frac{-1}{2}$			0.5	
II	-1	حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$			0.25	
		التأويل المبياني.....			0.25	
	-2	(أ)	اتصال f على اليمين في 0			0.25
		(ب)	التحقق من المتساوية.			0.25
		(ج)	استنتاج و حساب $f'_d(0)$			0.25x2
	-3	اشتقاق f على $]0, +\infty[$			0.25	
		$\forall x \in]0, +\infty[; f'(x) = \frac{x - (1+x)^2 \ln(1+x)}{x^2(1+x)} e^{-x}$			0.5	
	-4	(أ)	البرهنة على المتفاوتة المزدوجة.			0.25x2
		(ب)	استنتاج تأطير $f'(x)$ على $]0, +\infty[$			0.25
		(أ)	جدول تغيرات f			0.25
-5	(ب)	إنشاء المنحنى (C)			0.5	
	نصف المماس على اليمين عند النقطة ذات الأفصول 0.....			0.25		
III	-1	وجود و وحدانية α			0.5	
	-2	(أ)	البرهنة على: $\forall n \in \mathbb{N} ; u_n \geq 0$			0.5
		(ب)	تطبيق مبرهنة التزايديات المنتهية أو متفاوتة التزايديات المنتهية.			0.5
		(ج)	البرهان بالترجع.			0.5
		(د)	تقارب المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ نحو α			0.25

الصفحة	2	NR 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2023 - محاور الإجابة
3			- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

التمرين 2	عناصر الإجابة	سلم التنقيط
-1	(أ) تطبيق مبرهنة التزايد المتناهية.	0.5
	(ب) حساب المسافة $M_k M_{k+1}$	0.25
	(ج) البرهنة على المتفاوتة المزدوجة.	0.25x2
-2	(أ) البرهنة على المتفاوتة المزدوجة.	0.25x2
	(ب) استنتاج $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$	0.5

التمرين 3	عناصر الإجابة	سلم التنقيط
-1	(أ) الشكل الأسّي للعدد $1-i$	0.25
	(أ) الشكل الأسّي للعدد $1+\sqrt{3}i$	0.25
	(ب) البرهنة على المتساوية: $e^{i\frac{\pi}{12}} = \frac{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}{2\sqrt{2}}$	0.25
	(ج) استنتاج المتساوية: $\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$	0.25
-2	(د) البرهنة على المتساوية: $u = (\sqrt{6} - \sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{12}}$	0.5
	(أ) البرهان بالترجع على أن: $\forall n \in \mathbb{N}, x_n + iy_n = u^n$	0.5
	(ب) استنتاج تعبير x_n و y_n	0.25x2
-3	(أ) تحديد الأعداد الصحيحة n التي تكون من أجلها النقط O و A_0 و A_n مستقيمة.	0.5
	(ب) البرهنة على أن لكل عدد صحيح n ، المثلث $OA_n A_{n+1}$ قائم الزاوية في A_n	0.5

التمرين 4	عناصر الإجابة	سلم التنقيط
-1	(أ) البرهنة على أن: $2^{p-1} \equiv 1 [p]$	0.25
	(ب) استنتاج: $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 [p]$ أو $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 [p]$	0.25
-2	(أ) البرهنة على أن p و x أوليان فيما بينهما.	0.5
	(ب) استنتاج: $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 [p]$	0.5
-3	البرهنة على أن p يقسم C_p^k لكل $k \in \{1, 2, \dots, p-1\}$	0.25
-4	(أ) البرهنة على المتساوية باستعمال صيغة موافر (Moivre)	0.25
	(ب) البرهنة على أن: $2^{\frac{p}{2}} \cos\left(p\frac{\pi}{4}\right) \in \mathbb{Z}$ و $2^{\frac{p}{2}} \cos\left(p\frac{\pi}{4}\right) \equiv 1 [p]$	0.25x2
-5	استنتاج.	0.5

الصفحة	NR 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2023 - محاضر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)
3		

التمرين 5	عناصر الإجابة	سلم التنقيط
I	-1 البرهنة على أن E زمرة جزئية للزمرة $(M_2(\square), +)$	0.5
	-2 البرهنة على أن E فضاء متجهي جزئي من الفضاء المتجهي $(M_2(\square), +, \cdot)$	0.25
	-3 (أ) التحقق من المتساوية.	0.25
	(ب) استنتاج أن $(E, +, \times)$ حلقة تبادلية و واحدة.	0.5
	-4 (أ) التحقق من المتساوية.	0.25
	(ب) استنتاج أن $(E, +, \times)$ ليس جسما.	0.25
	-1 البرهنة على التكافؤ.	0.25
	-2 البرهنة على أن $F - \{0\}$ زمرة جزئية للزمرة $(\square^*, \times)$	0.25
II	-3 (أ) التحقق من المتساوية.	0.25
	(ب) البرهنة على أن φ تشاكل من $(F - \{0\}, \times)$ نحو $(E, \times)$	0.25
	(ج) استنتاج أن $(G - \{O\}, \times)$ زمرة تبادلية.	0.25
	-4 البرهنة على أن $(G, +, \times)$ جسم تبادلي.	0.25