

الصفحة 1 5 **	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2022 - الموضوع -		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة المركز الوطني للتقويم والامتحانات
	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	RS 24	
4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	مسلك العلوم الرياضية - أ و ب	الشعبة أو المسلك

- مدة الاختبار هي أربع ساعات.
- يتضمن موضوع الاختبار أربعة تمارين مستقلة فيما بينها.
- يمكن أن تنجز التمارين حسب الترتيب الذي يختاره المترشح.

- التمرين 1 يتعلق بالتحليل (10 نقط)
- التمرين 2 يتعلق بالأعداد العقدية (3.5 نقط)
- التمرين 3 يتعلق بالبنىات الجبرية (3.5 نقط)
- التمرين 4 يتعلق بالحسابيات (3 نقط)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر

الصفحة	2	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2022 - الموضوع - مادة: الرياضيات- مسلك العلوم الرياضية - أ و ب
5			

التمرين 1 : (10 نقط)

- 1.A- بين أن : $1+x \leq e^x$; $(x \in \mathbb{R})$ 0.25
- 2- (أ) بين أن : $0 \leq 1-e^{-x} \leq x$; $(x \in \mathbb{R}^+)$ 0.25
- (ب) استنتج أن : $0 \leq 1-x+\frac{x^2}{2} \leq e^{-x} \leq \frac{x^3}{6}$; $(x \in \mathbb{R}^+)$ 0.5
- (ج) بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-x-e^{-x}}{x^2} = -\frac{1}{2}$ 0.5
- B. نعتبر الدالة f المعرفة على $I = [0, +\infty[$ بما يلي :
- $(x \in]0, +\infty[)$; $f(x) = \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}$ و $f(0) = 1$
- وليكن (C) منحناها الممثل في معلم متعامد ممنظم $(O; i, j)$
- 1- (أ) بين أن f متصلة على اليمين في 0 0.5
- (ب) تحقق أن : $\frac{f(x)-1}{x} = \frac{1-2x-e^{-2x}}{x^2} - \frac{1-x-e^{-x}}{x^2}$; $(x \in]0, +\infty[)$ 0.25
- (ج) استنتج أن f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 وأن العدد المشتق على اليمين في 0 هو $\frac{3}{2}$ 0.5
- 2- (أ) بين أن : $f'(x) = \frac{e^{-2x}}{x^2} (2x+1-e^x(1+x))$; $(x \in]0, +\infty[)$ 0.5
- (ب) بين أن : $f'(x) \leq -e^{-2x}$; $(x \in]0, +\infty[)$ 0.5
- (يمكنك استعمال : $1+x \leq e^x$)
- (ج) استنتج منحنى تغيرات f على I 0.25
- 3- نقبل أن : $f''(x) = \frac{e^{-2x}}{x^3} (-4x^2 - 4x - 2 + e^x(2+2x+x^2))$; $(x > 0)$
- (أ) بين أن : $1+x+\frac{x^2}{2} \leq e^x$; $(x \geq 0)$ 0.25
- (ب) استنتج أن : $f''(x) > 0$; $(x > 0)$ 0.5
- 4- نقبل أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = -\frac{3}{2}$
- (أ) بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$ 0.5
- (ب) استنتج أن : $|f'(x)| \leq \frac{3}{2}$; $(x \in I)$ 0.5

الصفحة	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2022 - الموضوع - مادة: الرياضيات- مسلك العلوم الرياضية - أ و ب	
3	5		
5-أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أول مبيانيا النتيجة المحصل عليها .			
0.5			
ب) ضع جدول تغيرات f			
0.25			
ج) حدد الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة لنصف مماسه عند النقطة $T(0;1)$			
0.25			
د) مثل مبيانيا المنحنى (C) في المعلم $(O; i, j)$			
0.5			
C-1. لكل x من $[0;1]$ ، نضع: $g(x) = f(x) - x$			
أ) بين أن g تقابل من $[0;1]$ نحو مجال J يتم تحديده.			
0.5			
ب) بين أنه يوجد عدد حقيقي و حيد a من $]1;1[$ بحيث $f(a) = a$			
0.5			
2- لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n و لكل عدد صحيح k من $\{0;1;.....;n\}$ ، نعتبر			
الأعداد الحقيقية $x_k = \frac{ka}{n}$ و نضع:			
$I_k = \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(t)dt \quad \text{و} \quad J_k = \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x_k)dt$			
أ) بين أن: $ J_k - I_k \leq \frac{3}{2} \int_{x_k}^{x_{k+1}} (t - x_k)dt$; $k \in \{0;1;.....;n\}$			
0.5			
ب) استنتج أن: $ J_k - I_k \leq \frac{3a^2}{4n^2}$; $k \in \{0;1;.....;n\}$			
0.5			
3- نضع: $L = \int_0^a f(t)dt$			
أ) بين أن لكل n من $\mathbb{N}^*$: $\left \frac{a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{ka}{n}\right) - L \right \leq \frac{3a^2}{4n}$			
0.5			
ب) استنتج أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{ka}{n}\right) = \int_0^a f(t)dt$			
0.25			
التمرين 2: (3.5 نقطة)			
ليكن $m \in \{-1;0;1\}$ و $\mathbb{C}$			
I. نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة (E_m) ذات المجهول z :			
$(E_m): \quad mz^2 - (m-1)^2z - (m-1)^2 = 0$			
أ-1) بين أن مميز المعادلة (E_m) هو: $D = (m^2 - 1)^2$			
0.25			
ب) حدد z_1 و z_2 حلي المعادلة (E_m)			
0.5			
2- نضع و فقط في هذا السؤال $m = e^{iq}$ ، حيث: $0 < q < p$			
0.5			
اكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسّي.			

الصفحة	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2022 - الموضوع - مادة: الرياضيات- مسلك العلوم الرياضية - أ و ب	
4			
5			
II. المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, u, v). نعتبر النقطتين A و B اللتين لحاقهما على التوالي $m-1$ و $1-\frac{1}{m}$ 1- بين أن النقط O و A و B مستقيمية إذا و فقط إذا كان $m \hat{I}$; 2- نفترض أن m غير حقيقي. لتكن C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{p}{3}$ و D صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{p}{3}$ و لتكن $P(p)$ و $Q(q)$ و $R(r)$ منتصفات القطع $[AC]$ و $[AD]$ و $[OB]$ بالتوالي. أ) بين أن لحق النقطة C هو: $c = m-1 + \frac{1}{m} - m \frac{1}{e^{\frac{p}{3}}}$ و أن لحق النقطة D هو: $d = (m-1)e^{\frac{p}{3}}$ ب) بين أن: $2(p-r) = m-1 + \frac{1}{m} - m \frac{1}{e^{\frac{p}{3}}} - \frac{1}{e^{\frac{p}{3}}}$ و $2(q-r) = (m-1)e^{\frac{p}{3}} - \frac{1}{m} - m \frac{1}{e^{\frac{p}{3}}}$ ج) بين أن: $q-r = e^{\frac{p}{3}}(p-r)$ د) ما هي طبيعة المثلث PQR ؟ (علل جوابك).			
			0.5
			0.5
			0.5
			0.25
			0.5
التمرين 3 : (3.5 نقط) نذكر أن $(M_3(i), +, ')$ حلقة واحدة وغير تبادلية وغير كاملة وحدتها $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (القانون ' هو الضرب الاعتيادي للمصفوفات) لكل عدد حقيقي a نضع: $M(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a+1 & 3 & -1 \\ 2a+3 & 6 & -2 \end{pmatrix}$ ولتكن $G = \{M(a)/ a \hat{I} ; \}$ 1- ليكن التطبيق j من i نحو $M_3(i)$ المعروف بما يلي: $j(a) = M(a)$; $j(a \hat{I}) = I$ أ) بين أن j تشاكل من $(i, +, ')$ نحو $(M_3(i), ')$			
			0.5

الصفحة	5	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2022 - الموضوع - مادة: الرياضيات- مسلك العلوم الرياضية - أ و ب	
5				

ب) بين أن $G = (i, j)$ ، ثم استنتج أن $(G,')$ زمرة تبادلية.	0.5
ج) حدد J العنصر المحايد في $(G,')$	0.5
د) حدد مقلوب $M(a)$ في $(G,')$	0.5
هـ) حل في $(G,')$ المعادلة: $M(1)' X = M(2)$	0.5
2-أ) بين أن: $M(a)' J = M(a)' I$; $(a \hat{I} i)$	0.25
ب) استنتج أن لكل a من i ، $M(a)$ لا تقبل مقلوبا في $(M_3(i),')$	0.5
ج) تحقق أن المصفوفات على شكل $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x+2 & 3 & 0 \\ 3x+5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ بحيث $i \hat{I} x$ ، حلول في	0.25
$(M_3(i),')$ للمعادلة: $M(1)' X = M(2)$	

التمرين 4: (3 نقط)

1- بين أن العدد 137 أولي	0.5
2- حدد زوج (u, v) من $\mathbb{Z}^2$ بحيث: $38u + 136v = 2$	0.5
3- ليكن x من $\mathbb{Z}$ بحيث: $x^{38} \equiv 1 \pmod{137}$	
أ) بين أن x و 137 أوليان فيما بينهما,	0.5
ب) بين أن: $x^{136} \equiv 1 \pmod{137}$	0.5
ج) بين أن: $x^2 \equiv 1 \pmod{137}$	0.5
4- حل في المجموعة $\mathbb{Z}$ المعادلة $x^{19} \equiv 1 \pmod{137}$: (E)	0.5

انتهى