هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2022

– الموضوع –

sssssssssssssssssss-ss | NS 24

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	مسلك العلوم الرياضية – أ و ب	المعامل	9

تعليمات:

- مدة الاختبار هي أربع ساعات.
- يتضمن موضوع الاختبار أربعة تمارين مستقلة فيما بينها.
- يمكن أن تنجز التمارين حسب الترتيب الذي يختاره المترشح.

- التمرين1 يتعلق بالتحليل.....(10 نقط)
- التمرين2 يتعلق بالأعداد العقدية.....(3.5 نقطة)
- التمرين3 يتعلق بالحسابيات.....(3 نقط)
- التمرين4 يتعلق بالبنيات الجبرية.....(3.5 نقطة)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين 1: (10 نقط)

A. 1- تحقق أن: $\forall x\in]-1;+\infty[\ ;\quad x^3\leq x+x^2-\frac{1}{x+1}\leq 0$ — 0.25

2- استنتج أن: $\forall x\in]-1;+\infty[\ ;\quad \frac{x^4}{4}\leq \ln(1+x)-x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\leq 0$ — 0.25

B. نعتبر الدالة f المعرفة على $I=[0,+\infty[$ بما يلي:

$f(0)=\frac{1}{2}$ و لكل x من $]0,+\infty[$ ؛ $f(x)=\frac{x-\ln(1+x)}{x^2}$

و ليكن (C) منحناها الممثل في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- أ) بين أن f متصلة على اليمين في 0 — 0.5

ب) بين أن f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 — 0.5

ج) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أول مبيانيا النتيجة المحصل عليها. — 0.5

2-أ) بين أن: $\forall x\in]0,+\infty[\ ;\quad f'(x)=-\frac{g(x)}{x^3}$ — 0.5

حيث: $g(x)=x+\frac{x}{x+1}-2\ln(1+x)$

ب) بين أن: $\forall x\in I\ ;\quad 0\leq g'(x)\leq x^2$ — 0.5

ج) استنتج أن: $\forall x\in I\ ;\quad 0\leq g(x)\leq \frac{x^3}{3}$ — 0.25

د) حدد منحى تغيرات الدالة f على I — 0.25

3-أ) اعط جدول تغيرات الدالة f — 0.25

ب) مثل مبيانيا المنحنى (C) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ — 0.5

(نأخذ $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$)

C. 1- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد a من المجال $]0;1[$ بحيث $f(a)=a$ — 0.5

2- نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي:

$u_0=\frac{1}{3}$ ، $\forall n\in\mathbb{N}\ ;\quad u_{n+1}=f(u_n)$

أ) بين أن: $\forall n\in\mathbb{N}\ ;\quad u_n\in[0;1]$ — 0.5

ب) بين أن: $\forall n\in\mathbb{N}\ ;\quad |u_{n+1}-a|\leq\left(\frac{1}{3}\right)|u_n-a|$ — 0.5

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

ج) بين بالترجع أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) \; ; \; |u_n - a| \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ — 0.5

د) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تؤول إلى a — 0.25

D. لكل x من I، نضع: $F(x) = \int_x^1 f(t)dt$

1- بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على I و احسب $F'(x)$ لكل x من I — 0.5

2- أ) باستعمال طريقة المكاملة بالأجزاء، بين أن:

$$(\forall x \in]0,+\infty[) \; ; \; F(x) = 2\ln 2 - \left(1 + \frac{1}{x}\right)\ln(1+x)$$ — 0.5

ب) احسب $\lim\limits_{x \to 0^+} F(x)$، ثم استنتج أن: $\int_0^1 f(t)dt = 2\ln(2) - 1$ — 0.5

ج) احسب، بالسنتمتر مربع (cm^2)، مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و محور الأراتيب و المستقيم ذي المعادلة $x = 1$. — 0.5

E. نضع: لكل k من $\mathbb{N}$ ، $\Delta_k = f(k) - \int_k^{k+1} f(t)dt$

و لكل n من $\mathbb{N}^*$ ، $S_n = \sum_{k=0}^{k=n-1} \Delta_k$

1-أ) تحقق أن: $(\forall k \in \mathbb{N}) \; ; \; 0 \leq \Delta_k \leq f(k) - f(k+1)$ — 0.25

ب) استنتج أن: $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \; ; \; 0 \leq S_n \leq \frac{1}{2}$ — 0.5

2 -أ) بين أن المتتالية $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ رتيبة. — 0.25

ب) استنتج أن المتتالية $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متقاربة. — 0.25

ج) بين أن النهاية 1 للمتتالية $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ تحقق: $\frac{3}{2} - 2\ln 2 \leq 1 \leq \frac{1}{2}$ — 0.25

التمرين 2 : (3.5 نقط)

ليكن m **عددا عقديا معلوما وغير منعدم** و $j = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{i\frac{2\pi}{3}}$

I. نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z

$$(E_m) \; : \; z^2 + mj^2 z + m^2 j = 0$$

1- تحقق أن: $j^3 = 1$ و $1 + j + j^2 = 0$ — 0.5

2-أ) بين أن مميز المعادلة (E_m) هو : $\Delta = m^2(1-j)^2$ — 0.25

ب) حدد z_1 و z_2 حلي المعادلة (E_m) — 0.5

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

0.5 3- نفترض في هذا السؤال أن : $m = 1 + i$

بين أن $(z_1 + z_2)^{2022}$ عدد تخيلي صرف.

II. المستوى العقدي منسوب لمعلم متعامد ممنظم و مباشر (O,u,v)

ليكن j التحويل في المستوى العقدي الذي يربط كل نقطة $M(z)$ بالنقطة $M'(z')$ بحيث:

$z' = (1 + j)z$

0.25 1- حدد طبيعة التطبيق j وعناصره المميزة.

2- نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي m و mj و mj^2

و لتكن $A'(a')$ و $B'(b')$ و $C'(c')$ صور النقط A و B و C على التوالي بالتطبيق j ولتكن

$P(p)$ و $Q(q)$ و $R(r)$ منتصفات القطع $[BA']$ و $[CB']$ و $[AC']$ على التوالي.

0.75 أ) بين أن: $a' = -mj^2$ و $b' = -m$ و $c' = -mj$

0.25 ب) بين أن: $p + qj + rj^2 = 0$

0.5 ج) استنتج أن المثلث PQR متساوي الأضلاع.

التمرين3: (3 نقط)

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا أكبر قطعا من 1

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E_n) : $(x+1)^n - x^n = ny$

ليكن (x,y) حلا للمعادلة (E_n) في $\mathbb{Z}^2$ و ليكن p **أصغر قاسم أولي** للعدد n

0.25 1- أ) بين أن: $(x+1)^n \equiv x^n \ [p]$

0.25 ب) بين أن p أولي مع x و مع $(x+1)$

0.25 ج) استنتج أن $(x+1)^{p-1} \equiv x^{p-1} \ [p]$

0.5 2- بين أنه إذا كان n عددا زوجيا فإن المعادلة (E_n) لا تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$

3- نفترض أن n عدد فردي.

0.5 أ) بين أنه يوجد زوج (u,v) من $\mathbb{Z}^2$ بحيث: $nu + (p-1)v = 1$

(نذكر أن p أصغر قاسم أولي للعدد n)

0.25 ب) ليكن q و r بالتوالي خارج و باقي القسمة الاقليدية للعدد u على العدد $(p-1)$.

تحقق أن : $nr = 1-(p-1)(v+nq)$

0.5 ج) نضع: $v' = -(v + nq)$. بين أن: $v' \geq 0$

0.5 د) بين أن المعادلة (E_n) لا تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين4: (3.5 نقطة)

نذكر أن $(M_2(\mathbb{R}),+,\times)$ حلقة واحدية غير تبادلية وحدتها $I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ و أن $(\mathbb{C},+,\times)$ حلقة تبادلية واحدية و كاملة.

ليكن: $E=\left\{M(a,b)=\begin{pmatrix}a & 3b\\ b & a\end{pmatrix}/(a,b)\in\mathbb{R}^2\right\}$

0.25 1- أ) بين أن E زمرة جزئية للزمرة $(M_2(\mathbb{R}),+)$

0.25 ب) تحقق أن لكل a و b و c و d من $\mathbb{R}$ ، لدينا:

$$M(a,b)\times M(c,d)=M(ac+3bd,ad+bc)$$

0.5 ج) بين أن $(E,+,\times)$ حلقة تبادلية و واحدية.

2- ليكن φ التطبيق من E نحو $\mathbb{R}$ المعرف بما يلي:

$$\forall (a,b)\in\mathbb{R}^2\ ;\ \varphi(M(a,b))=|a^2-3b^2|$$

0.5 بين أن φ تشاكل من $(E,\times)$ نحو $(\mathbb{R},\times)$

3- لتكن $M(a,b)$ من E

0.25 أ) بين أن: $M(a,b)\times M(a,-b)=(a^2-3b^2).I$

0.5 ب) بين أنه إذا كانت $M(a,b)$ تقبل مقلوبا في $(E,\times)$ فإن : $\varphi(M(a,b))=1$

0.5 ج) نفترض أن $\varphi(M(a,b))=1$.

بين أن $M(a,b)$ تقبل مقلوبا في $(E,\times)$ و حدد مقلوبها.

0.25 4- أ) بين أن: $\forall (a,b)\in\mathbb{R}^2\ ;\ \varphi(M(a,b))=0\Leftrightarrow a=b=0$

0.25 ب) استنتج أن الحلقة $(E,+,\times)$ كاملة.

0.25 ج) هل $(E,+,\times)$ جسم ؟ (علل جوابك).

انتهى

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma