

الصفحة		الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع -		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات	
1	4			SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS RS 24	
**I					
4	مدة الإنجاز	الرياضيات		المادة	
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)		الشعبة أو المسلك	

- المدة الزمنية لإنجاز الموضوع هي 4 ساعات.
- يتكون الموضوع من (4) صفحات مرقمة من 1/4 إلى 4/4
- يتكون الموضوع من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها.
- المترشح ملزم بانجاز التمرين 3 و التمرين 4 و الاختيار بين انجاز إما التمرين 1 و إما التمرين 2
- على المترشح أن ينجز في المجموع ثلاثة (3) تمارين:
 - التمرين 1 و يتعلق بالحسابيات (اختياري)..... 3.5 نقط
 - و إما
 - التمرين 2 و يتعلق بالبنيات الجبرية (اختياري)..... 3.5 نقط
 - التمرين 3 و يتعلق بالأعداد العقدية (إجباري)..... 3.5 نقط
 - التمرين 4 و يتعلق بالتحليل (إجباري)..... 13 نقطة

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها

اختر وأنجز إما التمرين 1 وإما التمرين 2

وأنجز إجباريا التمرين 3 و التمرين 4

التمرين 1: (3.5 نقط/ اختياري) (إذا انجزت التمرين 1 فلا ينبغي لك أن تنجز التمرين 2)

ليكن p و q عددين أوليين يحققان: $p < q$ و $[pq] \mid 9^{p+q-1} - 1$

0.5	(1-أ) بين أن p و 9 أوليان فيما بينهما.
-----	--

$$(b) \text{ استنتج أن: } 9^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \text{ و أن } 9^q \equiv 1 \pmod{p} \quad 1$$

0.5	2-أ) بين أن $p-1$ و q أوليان فيما بينهما .
-----	--

0.5	(ب) باستعمال مبرهنة بوزو ، بين أن: $p = 2$
-----	--

0.5 3-أ) باستعمال مبرهنة فيرما ، بين أن : $9^{q-1} \equiv 1 \pmod{q}$

0,5	(ب) استنتج أن: $q = 5$
-----	------------------------

الصفحة	2	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)
4			

التمرين 2: (3.5 نقط/اختياري) [إذا انجزت التمرين 2 فلا ينبغي لك أن تنجز التمرين 1]

نرمز بالرمز $M_3(i)$ إلى مجموعة المصفوفات المربعة من الرتبة 3 ذات معاملات حقيقية.

نذكر أن $(M_3(i), +, \cdot)$ فضاء متجهي حقيقي بعده 9 و أن $(M_3(i), +, \cdot)$ حلقة غير تبادلية و واحدة

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ و } O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ صفرها}$$

$$E = \{ M(x, y, z) = \begin{pmatrix} x & -y & -y \\ 0 & z & 0 \\ y & x-z & x \end{pmatrix} \mid (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \}$$

الجزء الأول:

1-أ) بين أن E فضاء متجهي جزئي للفضاء $(M_3(i), +, \cdot)$

0.25

ب) حدد أساسا للفضاء $(E, +, \cdot)$

0.5

2-أ) تحقق أن:

$$(x, y, z) \in E, (x', y', z') \in E; M(x, y, z) \cdot M(x', y', z') = M(xx' - yy', xy' + yx', zz')$$

0.25

ب) بين أن $(E, +, \cdot)$ حلقة تبادلية

0.5

الجزء الثاني:

نعتبر المجموعة الجزئية F من E للمصفوفات على الشكل $M(x, y, 0)$ حيث $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

1- بين أن F زمرة جزئية للزمرة $(E, +, \cdot)$

0.25

2- ليكن φ التطبيق المعرف من E نحو E بما يلي:

$$\varphi(x, y) = (x + iy, y)$$

أ- بين أن φ تشاكل من $(E, +, \cdot)$ نحو $(E, +, \cdot)$

0.25

ب- استنتج أن $(F^*, +, \cdot)$ زمرة تبادلية. $(F^* = F - \{O\})$

0.5

ج- بين أن $(F, +, \cdot)$ جسم تبادلي يتم تحديد وحدته.

0.5

$$3- \text{ أ) تحقق أن: } M(x, y, 0) = O \text{ ; } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ ; } M(x, y, 0) \in F$$

0.25

ب) استنتج أن لا أحد من عناصر المجموعة الجزئية F يقبل مقلوبا بالنسبة للضرب في $M_3(i)$

0.25

الصفحة	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	
3 4			
التمرين 3: (3.5 نقطة/اجباري)			
1- ليكن m عددا حقيقيا غير منعدم. نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$، المعادلتين: $(F): z^3 + 2(1-i)z^2 + (1+m^2-4i)z - 2i(1+m^2) = 0 \quad \text{و} \quad (E): z^2 + 2z + 1 + m^2 = 0$			
0.5	1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)		
0.25	2- (أ) بين أن المعادلة (F) تقبل حلا تخيليا صرفا يتم تحديده.		
0.5	(ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (F)		
II- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; u, v)$ نعتبر النقطتين: $A(-1+im)$ و $B(-1-im)$ لتكن W منتصف القطعة $[AB]$ و A' منتصف القطعة $[OB]$ و B' منتصف القطعة $[OA]$ الدوران الذي مركزه W و زاويته $\frac{\pi}{2}$ يحول A إلى $P(p)$ و الدوران الذي مركزه A' و زاويته $\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$ يحول B إلى $Q(q)$ و الدوران الذي مركزه B' و زاويته $\frac{\pi}{2}$ يحول O إلى $R(r)$			
1.5	1- بين أن: $p = -1+m$ و $q = \frac{1-i}{2}(-1-im)$ و $r = \bar{q}$		
0.25	2- (أ) تحقق أن: $q - r = -ip$		
0.5	(ب) استنتج أن: $OP = QR$ و أن المستقيمين (OP) و (QR) متعامدان.		
التمرين 4: (13 نقطة/اجباري)			
الجزء الأول:			
نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $I = [0,1]$ بما يلي: $f(x) = x \ln(2-x)$ و ليكن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O; i, j)$			
0.75	1- (أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على I و أن: $f'(x) = \ln(2-x) - \frac{x}{2-x}$; $x \in I$		
0.5	(ب) بين أن الدالة المشتقة f' تناقصية قطعاً على I		
0.75	(ج) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد $a \in]0,1[$ بحيث: $f'(a) = 0$ و $f(a) = \frac{a^2}{2-a}$		
0.75	2- (أ) ادرس تغيرات f ، ثم اعط جدول تغيراتها.		
0.5	(ب) بين أن المنحنى (C) مقعر.		
0.5	(ج) بين أن: $f(x) \leq f'(t)(x-t) + f(t)$; $(x \in I, t \in I)$		
0.5	(د) استنتج أن لكل x من I : $f(x) \leq x \ln 2$ و $f(x) \leq -x+1$		
0.5	3- أنشئ المنحنى (C) (نأخذ: $\ i\ = 2cm$)		

الصفحة	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	
4	4		
4- احسب، ب cm^2 ، مساحة جزء المستوى المحصور بالمنحنى و المستقيمات المعرفة بالمعادلات: $x = 0$ و $x = 1$ و $y = 0$			
الجزء الثاني:			
ليكن n عددا صحيحا طبيعيا أكبر من أو يساوي 2.			
نعتبر الدالة f_n المعرفة على $I = [0,1]$ بما يلي: $f_n(x) = x^n \ln(2-x)$			
1-أ) تحقق أن f_n موجبة على I و أن $f_n(0) = f_n(1)$			
ب) بين أنه يوجد على الأقل $a_n \in]0,1[$ بحيث: $f'_n(a_n) = 0$			
2-أ) بين أن f_n قابلة للاشتقاق على I و أن: $f'_n(x) = x^{n-1}g_n(x)$ حيث: $x \in I$			
$g_n(x) = n \ln(2-x) - \frac{x}{2-x}$			
ب) بين أن الدالة g_n تناقصية قطعاً على I			
ج) استنتج أن a_n وحيد.			
3- نعتبر المتتالية $(a_n)_{n \geq 2}$ المعرفة حسب ما سبق.			
أ) بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(a_n) = 0$ ، استنتج أن: $f_n(a_n) = \frac{1}{n} \cdot \frac{a_n^{n+1}}{2-a_n}$ ، $n \geq 2$			
ب) بين أن: $g_n(a_{n+1}) = -\ln(2-a_{n+1})$ ، استنتج أن المتتالية $(a_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعاً.			
ج) بين أن المتتالية $(a_n)_{n \geq 2}$ متقاربة.			
د) بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 1$			
الجزء الثالث:			
لكل عدد صحيح طبيعي $n \geq 2$ ، نضع: $I_n = \int_0^1 f_n(x) dx$			
1- بين أن المتتالية $(I_n)_{n \geq 2}$ تناقصية، استنتج أنها متقاربة.			
2- باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن: $I_n = \frac{1}{n+1} \int_0^1 \frac{x^{n+1}}{2-x} dx$			
3- بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$ ، ثم استنتج أن: $(n \geq 2)$ ، $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$			

انتهى

./