

الصفحة					
1					
4					
**					
SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS			NR 24		
المادة			الرياضيات		
شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)			المعامل		
9			4		

إنتباه: إذا أنجز المترشح التمرين الاختياريين (بشكل كلي أو جزئي) تحتسب له فقط أحسن نقطة محصلة من بين النقطتين و ليس مجموع النقطتين.

التمرين 1	عناصر الإجابة	سلم التقييم
-1 (أ)	إذا كان d قاسما مشتركا موجبا للعددين x و 13 فإنه قاسم مشترك للعددين 13 و 5 ، و منه $d = 1$	0.5
	13 أولي و لا يقسم x و نطبق مبرهنة فيرما	0.5
	لدينا: $[13] \mid 5 \cdot 7x^3$ إذن $[13] \mid 2 \cdot 5 \cdot x^3$ لأن: $[13] \mid 1 \cdot 7 \cdot 2$	1
	لدينا: $[13] \mid 10 \cdot x^3$ إذن $[13] \mid 10^4 \cdot (x^3)^4$ و منه $[13] \mid 3 \cdot x^{12}$	0.5
-2	إذا كان $\phi' \nmid \hat{\phi}(x,y)$ حلا للمعادلة (D) فإنه حسب السؤال 1- لدينا $[13] \mid 1 \cdot x^{12}$ و $[13] \mid 3 \cdot x^{12}$ إذن $[13] \mid 1 \cdot 3$ و هذا غير ممكن.	1

التمرين 2		عناصر الإجابة	سلم التنقيط
-1	(أ)	استقرار E في $(M_2(i), ')$	0.5
	(ب)	البرهان على عدم تبادلية الضرب في E	0.5
	(ج)	التحقق	0.5
-2		$(E, ')$ زمرة غير تبادلية	0.5
-3	(أ)	J تشاكل	0.5
	(ب)	J تشاكل و $F = (i^*, ')$ زمرة تبادلية.....0.5	1
		العنصر المحايد هو $I = (1)$ J0.5	

التمرين 3	عناصر الإجابة	سلم التقط
الجزء الأول:		
1-	لدينا: $(E) \hat{U} (z - m)(z^2 - mz + m^2) = 0$ بالإضافة إلى الحل m نجد الحلين: $\frac{1 + i\sqrt{3}}{2}m = e^{i\frac{\pi}{3}}m$ و $\frac{1 - i\sqrt{3}}{2}m = e^{-i\frac{\pi}{3}}m$	

الصفحة		NR 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 – عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)		
2					
4					
0.25	$\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} = \frac{m}{m^2}$		لدينا:	(أ)	-2
0.5	$z_2 = \sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}$ و $z_1 = i\sqrt{3}$ نجد			(ب)	
الجزء الثاني:					
0.25	النقط O و A و B غير مستقيمة				-1
1	حساب p 0.5			(أ)	-2
	حساب r 0.5				
0.5	حساب q			(ب)	
0.5	$\frac{p-r}{q} = i$ و نستنتج أن: $OQ = PR$ 0.25				-3
	$(OQ)^\wedge (PR)$ 0.25				

التمرين 4	عناصر الإجابة	سلم التنقيط
الجزء الأول:		
0.5	 0.25 $\ln(x+1) - \ln x = \frac{1}{c_x}$; $\ln(x+1) - \ln x = \frac{1}{c_x}$	-1
	 0.25 $\frac{1}{x+1} < \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) < \frac{1}{x}$ التأييد:	
0.5	لدينا: $\frac{x^2}{1+x} < \frac{f(x)}{x} < x$ إذن $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$	(أ)
0.5	لدينا: $\frac{x^2}{1+x} < \frac{f(x)}{x} < x$ إذن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (C) يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه محور الأرتايب	(ب)
0.75	الدالة قابلة للاشتقاق..... 0.25	(أ)
	حساب $f'(x)$ 0.25	
0.5	لدينا: $\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{3(1+x)} > \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{1+x} > 0$ إذن: $f'(x) > 0$	(ب)
0.25	جدول تغيرات f	(ج)
0.75	حساب $g'(x)$ 0.5	(أ)

الصفحة	NR 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	
3			
4			
		لدينا: $\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) > \frac{1}{2(1+x)}$ و $\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) > \frac{1}{1+x}$ إذن:	
0.25		$g'(x) > 0$	
0.5	(ب)	مبرهنة القيم الوسيطة تعطي وجود a و الرتبة القطعية للدالة g تعطي وحدانيته أو كذلك g تقابل من $]p; +\infty[$ إلى $]p; +\infty[$ 0.25..... نتحقق من $g(1) < 1 < g(2)$ 0.25.....	
0.5	(د)	حلول المعادلة: $f(x) = x \hat{=} x = 0$ () أو	
0.5	(أ)	إنشاء المنحنى	
0.25	(ب)	f تقابل من I نحو I	-5
الجزء الثاني:			
0.5	-1	الترجع و f^{-1} تزايدية و كون $f^{-1}(a) = a$ و $f^{-1}(0) = 0$	
0.5	(أ)	$g(p; a] =]p; 1[$	
0,5	(ب)	من أجل $0 < x < a$ ، لدينا $0 < g(x) < 1$ بما أن $0 < u_n < a$ فإن $0 < f(u_n) < u_n$ إذن: $0 < u_n < f^{-1}(u_n) = u_{n+1}$	-2
0.25	(ج)	متتالية تزايدية و مكبورة	
0.5	-3	إذا وضعنا: $l = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ فإن $0 < u_0 \leq l \leq a$ لأن $(n^3 - 1) ; 0 < u_0 < u_n < a$ و بما أن f^{-1} متصلة على $[0; a]$ (و بالخصوص في l) فإن l هي حل المعادلة $f(x) = l$ إذن $l = a$	
الجزء الثالث:			
0.5	(أ)	لدينا $f(x)^3 \geq 0$ إذن F موجبة من أجل $1 \leq x \leq 0$ و سالبة من أجل $1 \leq x^3$	
0.5	(ب)	F قابلة للاشتقاق على I 0.25..... و $F'(x) = -f(x)$; $(x \in I)$ 0.25.....	-1
0.25	(ج)	$F'(x) = 0 \hat{=} x = 0$ و $(x \in I)$; $F'(x) = -f(x) < 0$	
0.5	(أ)	لدينا: $f(x)^3 \leq \ln 2$; $x^3 \leq 1$ إذن $\int_1^x f(t) dt^3 \leq (x-1)\ln 2$	-2
0.25	(ب)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = -\infty$	
0.5	(أ)	مكاملة بالأجزاء	
0.5	(ب)	$\int_x^1 \frac{t^3}{t+1} dt = \frac{5}{6} - \ln 2 - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + \ln(1+x)$	-3
0.5	(ج)	المتساوية	

الصفحة	NR 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	
4	4		
0.5	0.25..... $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = \frac{5}{24}$	(د)	
0.5	متصلة على اليمين في 0 إذن: $F(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = \frac{5}{24}$		
0.5	تطبيق مبرهنة أو متفاوتة التزايدات المنتهية على الدالة F في المجال $\left[\frac{k}{n}, \frac{k+1}{n}\right]$ مع $f\left(\frac{k}{n}\right) \leq f(x) \leq f\left(\frac{k+1}{n}\right)$; $\frac{k}{n} \leq x \leq \frac{k+1}{n}$	(أ)	-4
0.5	نلاحظ أن: $\frac{2k+1}{2n} < \frac{k+1}{n}$	(ب)	
0.25	مجاميع ريمان المرتبطة بالدالة f $\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{k=n-1} f\left(\frac{k}{n}\right) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} f\left(\frac{k}{n}\right)$ و $\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{k=n-1} f\left(\frac{k}{n}\right)$ المتصلة على القطعة $[0,1]$ إذن المتتاليتين $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} f\left(\frac{k}{n}\right)$ و $\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{k=n-1} f\left(\frac{k}{n}\right)$ متقاربتين و لهما نفس النهاية التي هي $F(0) = \int_0^1 f(x)dx = \frac{5}{24}$ و منه المتتالية (v_n) متقاربة (خاصية تلاطير النهايات) و نهايتها $-\frac{1}{2}F(0) = -\frac{5}{48}$	(ح)	