

|                  |                                                                                                        |                                                                                                                                      |
|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| الصفحة<br>1<br>4 | <p>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا</p> <p>الدورة الاستدراكية 2016</p> <p>- الموضوع -</p> <p>RS24</p> | <p>المملكة المغربية</p> <p>وزارة التربية الوطنية</p> <p>والتكوين المهني</p> <p>المركز الوطني للتقويم</p> <p>والامتحانات والتوجيه</p> |
|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|   |             |                                |                  |
|---|-------------|--------------------------------|------------------|
| 4 | مدة الإنجاز | الرياضيات                      | المادة           |
| 9 | المعامل     | شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) | الشعبة أو المسلك |

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بحساب الاحتمالات.....(3 ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالبنيات الجبرية.....(3.5 ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالأعداد العقدية.....(3.5 ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل.....(6.5 ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل ..... (3.5 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

**التمرين الأول: ( 3 نقط )**

لدينا صندوقان  $U$  و  $V$ . الصندوق  $U$  يحتوي على 4 كرات حمراء و 4 كرات زرقاء؛  
الصندوق  $V$  يحتوي على كرتين حمراوين و 4 كرات زرقاء.

نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا كرة من الصندوق  $U$  : إذا كانت حمراء، نضعها في الصندوق  $V$  ثم نسحب عشوائيا كرة من الصندوق  $V$  ؛ وإذا كانت زرقاء، نضعها جانبا؛ ثم نسحب عشوائيا كرة من الصندوق  $V$  .

لتكن الأحداث التالية:  $R_U$  : "الكرة المسحوبة من الصندوق  $U$  حمراء"؛

$B_U$  : "الكرة المسحوبة من الصندوق  $U$  زرقاء"؛

$R_V$  : "الكرة المسحوبة من الصندوق  $V$  حمراء"؛

$B_V$  : "الكرة المسحوبة من الصندوق  $V$  زرقاء"؛

1- أحسب احتمال كل من الحدثين  $R_U$  و  $B_U$  . 0.5

2- (أ) أحسب احتمال الحدث  $B_V$  علما أن الحدث  $R_U$  محقق. 0.5

(ب) أحسب احتمال الحدث  $B_V$  علما أن الحدث  $B_U$  محقق. 0.5

3- بين أن احتمال الحدث  $B_V$  هو :  $\frac{13}{21}$  1

4- استنتج احتمال الحدث  $R_V$  . 0.5

**التمرين الثاني: (3.5 نقط)**

نذكر أن  $(M_3(\mathbb{C}), +, \cdot)$  حلقة واحدة وحدتها  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  و أن  $(\mathbb{C}, +, \cdot)$  جسم تبادلي.

لكل عدد عقدي  $z = x + iy$  حيث  $x, y \in \mathbb{R}$  ، نضع  $M(z) = \begin{pmatrix} x+2y & 0 & 5y \\ 0 & 1 & 0 \\ -y & 0 & x-2y \end{pmatrix}$

و نعتبر المجموعة  $E = \{M(z) / z \in \mathbb{C}\}$

1- نزود المجموعة  $E$  بقانون تركيب الداخلي  $*$  المعروف بما يلي:

$$M(z) * M(z') = M(z) + M(z') - M(0) \quad (z, z' \in \mathbb{C})$$

بين أن  $(E, *)$  زمرة تبادلية. 1

2- نعتبر التطبيق  $\alpha : E \rightarrow \mathbb{C} : z \mapsto \alpha(z)$  الذي يربط كل عدد عقدي  $z$  من  $\mathbb{C}$  بالمصفوفة  $M(z)$

(أ) بين أن  $\alpha$  تشاكل من  $(\mathbb{C}, +, \cdot)$  نحو  $(E, +)$  1

(ب) استنتج أن  $(E - \{M(0)\}, +)$  زمرة تبادلية. 0.5

3- بين أن  $(E, *, +)$  جسم تبادلي. 1

**التمرين الثالث: (3.5 نقط)**

نعتبر في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة التالية:

$$(E): z^2 - (1 + \sqrt{3})(1 + i)z + 4i = 0$$

0.5 1- أ) تحقق أن مميز المعادلة  $(E)$  هو:  $D = (\sqrt{3} - 1)(1 - i)$

1 ب) أكتب على الشكل المثالي كل حل من حلي المعادلة  $(E)$

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و منظم و مباشر  $(O, u, v)$ .

نعتبر النقطتين  $A$  و  $B$  التي لحقيهما على التوالي  $a = 1 + i\sqrt{3}$  و  $b = \sqrt{3} + i$

0.75 أ) بين أن  $(D)$  مجموعة النقط من المستوى العقدي التي لحقها  $z$  يحقق:  $z = \frac{1}{2}a\bar{z}$  هي مستقيم يمر من النقطة  $B$

ب) لتكن  $M$  و  $M'$  نقطتان لحقاهما على التوالي  $z$  و  $z'$  بحيث:  $z' = a\bar{z} - b$  و  $z' = b$

0.5 بين أن:  $\frac{b^2}{(z' - b)(z - b)} = \frac{2}{|z - b|^2}$

0.75 ج) استنتج أن المستقيم  $(D)$  هو منصف الزاوية  $(BM, BM')$

**التمرين الرابع: (6.5 نقط)**

$n$  عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

نعتبر الدالة العددية  $f_n$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بما يلي:  $f_n(x) = \ln(x) - \frac{n}{x}$

و ليكن  $(C_n)$  المنحنى الممثل للدالة  $f_n$  في معلم متعامد و منظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

0.75 1- أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى  $(C_n)$

0.75 ب) أدرس تغيرات الدالة  $f_n$  على  $]0, +\infty[$  ثم أعط جدول تغيراتها.

0.5 ج) أنشئ  $(C_2)$

0.5 2- بين أن الدالة  $f_n$  تقابل من  $]0, +\infty[$  نحو  $\square$

0.5 3- أ) بين أنه لكل عدد صحيح طبيعي  $n$  أكبر من أو يساوي 1، يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha_n$  من المجال  $]0, +\infty[$  بحيث:  $f_n(\alpha_n) = 0$

0.5 ب) قارن  $f_n(x)$  و  $f_{n+1}(x)$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$

0.5 ج) بين أن المتتالية  $(\alpha_n)_{n \geq 1}$  تزايدية قطعاً.

0.5 4- أ) بين أن:  $\ln(x) < x$  ;  $(x > 0)$

0.5 ب) بين أن:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n = +\infty$

| الصفحة<br>4 | RS 24 | الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2016 - الموضوع<br>- مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-------------|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|             |       | <p>5- لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم <math>n</math> نضع: <math>I_n = \frac{1}{\alpha_{n+1} - \alpha_n} \int_{\alpha_n}^{\alpha_{n+1}} f_n(x) dx</math></p> <p>(أ) بين أن: <math>I_n = f_n(c_n)</math> : <math>(\exists c_n \in [\alpha_n, \alpha_{n+1}])</math> : <math>(\forall n \in \mathbb{N}^*)</math> 0.5</p> <p>(ب) بين أن: <math>0 \leq I_n \leq \frac{1}{\alpha_{n+1}}</math> : <math>(\forall n \in \mathbb{N}^*)</math> ; 0.5</p> <p>(ج) حدد: <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n</math> 0.5</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|             |       | <p><b>التمرين الخامس: (3.5 نقط)</b></p> <p><math>n</math> عدد صحيح طبيعي أكبر من أو يساوي 2 .</p> <p>نعتبر الدالة العددية <math>g_n</math> ذات المجهول <math>x</math> المعرفة على المجال <math>[n, +\infty[</math> بما يلي: <math>g_n(x) = \int_n^x \frac{1}{\ln t} dt</math></p> <p>1- (أ) بين أن الدالة <math>g_n</math> قابلة للاشتقاق على المجال <math>[n, +\infty[</math> ثم حدد دالتها المشتقة الأولى <math>g'_n</math> 0.5</p> <p>(ب) بين أن الدالة <math>g_n</math> تزايدية قطعاً على المجال <math>[n, +\infty[</math> 0.25</p> <p>2- (أ) بين أن: <math>(\forall x \geq n) ; g_n(x) \geq \ln\left(\frac{x-1}{n-1}\right)</math> 0.5</p> <p>(ب) يمكنك استعمال المتفاوتة التالية: <math>(\forall t \geq 0) ; \ln(1+t) \leq t</math> 0.25</p> <p>(ب) استنتج أن: <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x) = +\infty</math> 0.25</p> <p>3- (أ) بين أن الدالة <math>g_n</math> تقابل من المجال <math>[n, +\infty[</math> نحو المجال <math>[0, +\infty[</math> 0.25</p> <p>(ب) استنتج أن: <math>\int_n^{u_n} \frac{1}{\ln t} dt = 1</math> : <math>(\exists! u_n \geq n)</math> : <math>(\forall n \geq 2)</math> 0.5</p> <p>4- نعتبر المتتالية العددية <math>(u_n)_{n \geq 2}</math> المعرفة في السؤال 3- (ب) 0.5</p> <p>(أ) بين أن: <math>\int_{u_n}^{u_{n+1}} \frac{1}{\ln t} dt = \int_n^{n+1} \frac{1}{\ln t} dt</math> : <math>(\forall n \geq 2)</math> ; 0.5</p> <p>(ب) استنتج أن المتتالية <math>(u_n)_{n \geq 2}</math> تزايدية قطعاً. 0.5</p> <p>(ج) حدد <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n</math> 0.25</p> |

انتهى