


الصفحة 1 4	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2015 - الموضوع - RS 24		 المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه
4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	الشعبة أو المسلك

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالبنيات الجبرية.....(4 ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالحسابيات و حساب الاحتمالات.....(3 ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالأعداد العقدية.....(3 ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل.....(6 ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل (4 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

الصفحة	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2015 - الموضوع
2		مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)
4		
<p>التمرين الأول: (4 نقط)</p> <p>الجزء الأول: نزود ، بقانون التركيب الداخلي * المعرف بما يلي:</p> $x * y = x + y - e^{xy} + 1 \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2$ <p>1-أ) بين أن القانون * تبادلي في ، 0.25</p> <p>ب) بين أن القانون * يقبل عنصرا محايدا يتم تحديده. 0.5</p> <p>2- علما أن المعادلة: $3 + x - e^{2x} = 0$ (E) تقبل في ، حلين مختلفين a و b ، 0.5</p> <p>بين أن القانون * غير تجميعي.</p> <p>الجزء الثاني: نذكر أن $(M_2(\mathbb{C}), +, \cdot)$ حلقة غير تبادلية و واحدة وحدتها $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$</p> <p>و أن $(M_2(\mathbb{C}), +, \cdot)$ فضاء متجهي حقيقي و أن (\mathbb{C}^*, \cdot) زمرة تبادلية.</p> <p>لكل x و y من ، ، نضع: $M(x, y) = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x \end{pmatrix}$ و ليكن $F = \{M(x, y) / (x, y) \in \mathbb{C}^2\}$</p> <p>1- بين أن F فضاء متجهي جزئي للفضاء المتجهي الحقيقي $(M_2(\mathbb{C}), +, \cdot)$ 0.5</p> <p>2- بين أن F جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{C}), \cdot)$ 0.5</p> <p>3- نعتبر التطبيق j من \mathbb{C}^* نحو F الذي يربط كل عدد عقدي $x + iy$ (حيث x و y عددا حقيقيان) بالمصفوفة $M(x, y)$</p> <p>أ) بين أن j تشاكل من (\mathbb{C}^*, \cdot) نحو (F, \cdot) 0.5</p> <p>ب) نضع: $F^* = F - \{M(0, 0)\}$. بين أن: $j(\mathbb{C}^*) = F^*$ 0.25</p> <p>ج) بين أن (F^*, \cdot) زمرة تبادلية. 0.25</p> <p>4- بين أن $(F, +, \cdot)$ جسم تبادلي. 0.75</p>		
<p>التمرين الثاني: (3 نقط)</p> <p>I- 1- ليكن a من \mathbb{C}. بين أنه إذا كان a و 13 أوليان فيما بينهما فإن: $a^{2016} \equiv 1 [13]$ 0.5</p> <p>2- نعتبر في \mathbb{Z} المعادلة: $x^{2015} \equiv 2 [13]$ (E) وليكن x حلا للمعادلة (E)</p> <p>أ) بين أن x و 13 أوليان فيما بينهما. 0.5</p> <p>ب) بين أن: $x \equiv 7 [13]$ 0.5</p> <p>3- بين أن مجموعة حلول المعادلة (E) هي: $S = \{7 + 13k / k \in \mathbb{Z}\}$ 0.5</p> <p>II- نعتبر صندوقا U يحتوي على خمسين (50) كرة مرقمة من 1 إلى 50. (الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس)</p> <p>1- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق. ما هو احتمال الحصول على كرة تحمل رقما يكون حلا للمعادلة (E) ؟ 0.5</p> <p>2- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق ، نسجل رقمها ثم نعيدها إلى الصندوق. نكرر هذه التجربة ثلاث مرات. 0.5</p>		

ما هو احتمال الحصول مرتين بالضبط على كرة تحمل رقما يكون حلا للمعادلة (E) ؟

التمرين الثالث: (3 نقط)

نعتبر في المجموعة \mathbb{C} المعادلة التالية: $(E): z^2 - (1+i)z + 2 + 2i = 0$

1-أ) تحقق أن $(1-3i)^2$ هو مميز المعادلة (E) 0.25

ب) حدد z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) في المجموعة \mathbb{C} (نأخذ z_1 تخيلي صرف) 0.5

ج) بين أن: $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ 0.5

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم و مباشر .
نعتبر النقطة A التي لحقها z_1 و B النقطة التي لحقها z_2

أ) حدد العدد العقدي e لحق النقطة E منتصف القطعة [AB] 0.25

ب) ليكن r الدوران الذي مركزه A وقياس زاويته $\frac{\pi}{2}$ 0.5

وليكن c لحق النقطة C صورة النقطة E بالدوران r . بين أن: $c = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$

ج) نعتبر D النقطة ذات اللق $d = 1 + \frac{3}{2}i$.

بين أن العدد $\frac{z_2 - d}{c - d} = \frac{z_1 - d}{z_2 - z_1}$ حقيقي ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

التمرين الرابع: (6 نقط)

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم.

نعتبر الدالة العددية f_n للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f_n(x) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{3}{2}(x-n)}}$

و ليكن (C_n) المنحنى الممثل للدالة f_n في معلم متعامد و ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1-أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ ثم أول مبيانيا النتيجة المحصل عليهما. 0.75

ب) بين أن الدالة f_n قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} ثم أحسب $f'_n(x)$ لكل x من \mathbb{R} 0.75

ج) بين أن الدالة f_n تزايدية قطعاً على \mathbb{R} 0.25

2-أ) بين أن النقطة $I_n(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ مركز تماثل للمنحنى (C_n) 0.5

ب) أنشئ المنحنى (C_1) . 0.5

الصفحة 4	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2015 - الموضوع - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)
-------------	-------	---

- ج) أحسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_1) و المستقيمت: $x=0$ و $x=1$ و $y=0$ 0.75
- 3- أ) لكل n من \mathbb{N}^* ، بين أن المعادلة: $f_n(x) = x$ تقبل حلا وحيدا u_n في المجال $]0, n[$ 0.75
- ب) بين أن: $f_{n+1}(x) < f_n(x)$ (x خ \mathbb{N}^*) 0.5
- ج) بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ تناقصية قطعاً ثم استنتج أنها متقاربة. 0.75
- د) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 0.5

التمرين الخامس: (4 نقط)

- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R}^* ، بما يلي: $g(x) = \int_x^{3x} \frac{\cos t}{t} dt$ 0.5
- 1- بين أن الدالة g زوجية. 0.5
- 2- بين أن الدالة g قابلة للاشتقاق على $]\mathbb{R}, +\infty[$ ثم أحسب $g'(x)$ من أجل $x > 0$ 0.75
- 3- أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء، تحقق أن: $\int_x^{3x} \frac{\cos t}{t} dt = \frac{\sin 3x - 3 \sin x}{3x} + \int_x^{3x} \frac{\sin t}{t^2} dt$ ($x > 0$) 0.5
- ب) بين أنه لكل x من المجال $]\mathbb{R}, +\infty[$ لدينا: $|g(x)| \leq \frac{2}{x}$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ 0.75
- 4- أ) بين أن: $\int_x^{3x} \frac{1 - \cos t}{t} dt \leq 2x$ ($x > 0$) (لاحظ أن: $1 - \cos t \leq t$ ($t > 0$)) 0.5
- ب) تحقق أن: $g(x) - \ln 3 = \int_x^{3x} \frac{\cos t - 1}{t} dt$ ($x > 0$) 0.5
- ج) استنتج: $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ 0.5

انتهى