

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2015 - الموضوع -

٢٠١٥ | ٢٠١٤ | ٢٠١٣ | ٢٠١٢ | ٢٠١١ | ٢٠١٠ | ٢٠٠٩ | ٢٠٠٨ | ٢٠٠٧ | ٢٠٠٦ | ٢٠٠٥ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٣ | ٢٠٠٢ | ٢٠٠١ | ٢٠٠٠ | ٢٠٠٩ | ٢٠٠٨ | ٢٠٠٧ | ٢٠٠٦ | ٢٠٠٥ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٣ | ٢٠٠٢ | ٢٠٠١ | ٢٠٠٠



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

RS 24

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	الشعبة أو المسلك

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالبنيات الجبرية.....(4 ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالحسابيات و حساب الاحتمالات.....(3 ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالأعداد العقدية.....(3 ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل.....(6 ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل(4 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

التمرين الأول: (4 نقط)

الجزء الأول: نزود ، بقانون التركيب الداخلي * المعرف بما يلي:

$$(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^* y = x + y - e^{xy} + 1$$

1-أ) بين أن القانون * تبادلي في ، 0.25

ب) بين أن القانون * يقبل عنصرا محايدا يتم تحديده. 0.5

2- علما أن المعادلة: $0 = 3 + x - e^{2x}$: (E) تقبل في ، حلين مختلفين a و b ، 0.5
بين أن القانون * غير تجمعي.

الجزء الثاني: نذكر أن $(M_2, +, \cdot)$ حلقة غير تبادلية و وحدية وحدتها $\frac{1}{2}$.

و أن $(M_2, \cdot, +, \cdot)$ فضاء متجهي حقيقي و أن $(M_2, \cdot, +, \cdot)$ زمرة تبادلية.

$F = \{M(x, y) / (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$ و ليكن $M(x, y) = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x \end{pmatrix}$ لكل x و y من ، نضع:

1- بين أن F فضاء متجهي جزئي للفضاء المتجهي الحقيقي $(M_2, +, \cdot, \cdot)$ 0.5

2- بين أن F جزء مستقر من $(M_2, +, \cdot, \cdot)$ 0.5

3- نعتبر التطبيق φ من \mathbb{R} نحو F الذي يربط كل عدد عقدي iy حيث x و y عددا حقيقيان
بالمصفوفة $M(x, y)$ 0.5

أ) بين أن φ تشكل من $(\mathbb{R}, \cdot, \cdot)$ نحو (F, \cdot) 0.5

ب) نضع: $\varphi(F) = F - \{M(0, 0)\}$. بين أن: $\varphi(F) = F$. 0.25

ج) بين أن (F, \cdot) زمرة تبادلية. 0.25

4- بين أن $(F, +, \cdot)$ جسم تبادل. 0.75

التمرين الثاني: (3 نقط)

I- 1- ليكن a من \mathbb{R} . بين أنه إذا كان a و 13 أوليان فيما بينهما فإن: 0.5

2- نعتبر في \mathbb{R} المعادلة: $x^{2015} = 2$ [13] (E) ولتكن x حل للمعادلة (E) 0.5

أ) بين أن x و 13 أوليان فيما بينهما. 0.5

ب) بين أن: $x \equiv 7$ [13] 0.5

3- بين أن مجموعة حلول المعادلة (E) هي: $S = \{7 + 13k / k \in \mathbb{Z}\}$ 0.5

II- نعتبر صندوقا U يحتوي على خمسين (50) كرة مرقمة من 1 إلى 50 . الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس

1- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق. ما هو احتمال الحصول على كرة تحمل رقمما يكون حل للمعادلة (E) ؟ 0.5

2- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق، نسجل رقمها ثم نعيدها إلى الصندوق. نكرر هذه التجربة ثلاثة مرات. 0.5

ما هو احتمال الحصول مرتين بالضبط على كرة تحمل رقمًا يكون حلًا للمعادلة (E) ؟

التمرين الثالث: (3 نقط)

نعتبر في المجموعة \mathcal{E} المعادلة التالية: $(E): z^2 - (1+i)z + 2 + 2i = 0$

أ-1) تحقق أن $(1-3i)^2$ هو مميز المعادلة (E)

ب) حدد z_1 و z_2 حلّي المعادلة (E) في المجموعة \mathcal{E} (نأخذ z_1 تخيلي صرف)

$$z_1 = \sqrt{2} e^{i \frac{3\pi}{4}}$$

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و منظم و مباشر.

نعتبر النقطة A التي لحقها z_1 و B النقطة التي لحقها z_2

أ) حدد العدد العقدي e لحق النقطة E منتصف القطعة $[AB]$

$$b) \text{ ليكن } r \text{ الدوران الذي مرّ فيه } A \text{ وقياس زاويته } \frac{P}{2}$$

وليكن c لحق النقطة C صورة النقطة E بالدوران r . بين أن:

$$c = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i \quad d = 1 + \frac{3}{2}i$$

ج) نعتبر D النقطة ذات اللحق i بين أن العدد $\frac{d}{c-d}$ حقيقي ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

التمرين الرابع: (6 نقط)

ليكن n عدداً صحيحاً طبيعياً غير منعدم.

نعتبر الدالة العددية f_n للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

و ليكن (C_n) المنحني الممثل الدالة f_n في معلم متعامد و منظم

أ-1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ ثم أول مبيانيا النتيجتين المحصل عليهما.

ب) بين أن الدالة f_n قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} ثم أحسب $f'_n(x)$ لكل x من \mathbb{R}

ج) بين أن الدالة f_n تزايدية قطعاً على \mathbb{R}

أ-2) بين أن النقطة $\frac{1}{2} \ln n, I_n$ مركز تماثل المنحني (C_n)

ب) أنشئ المنحني (C_1)

ج) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بين المنحني (C_1) و المستقيمات: $x=0$ و $x=1$ و $y=0$	0.75
3- أ) لكل n من \mathbb{N} ، بين أن المعادلة: $x = f_n(x)$ تقبل حلًا وحيدًا u_n في المجال $[0, n]$	0.75
ب) بين أن: $f_{n+1}(x) < f_n(x)$ ، $\forall x \in [0, n]$	0.5
ج) بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية قطعًا ثم استنتج أنها متقاربة.	0.75
د) احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$	0.5

التمرين الخامس: (4 نقاط)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R}^+ ، بما يلي:

1- بين أن الدالة g زوجية.

2- بين أن الدالة g قابلة للاشتراق على \mathbb{R}^+ ثم أحسب (g') من أجل $x > 0$

3- أ) باستعمال متكاملة بالأجزاء، تحقق أن:

$$(\forall x > 0) \quad \int_x^{3x} \frac{\cos t}{t} dt = \frac{\sin 3x - 3 \sin x}{3x} + \int_x^{3x} \frac{\sin t}{t^2} dt$$

ب) بين أنه لكل x من المجال \mathbb{R}^+ لدينا: $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \frac{2}{x}$ ثم استنتاج (g)

4- أ) بين أن: $\int_x^{3x} \frac{1 - \cos t}{t} dt \leq 2x$ (لاحظ أن: $(\forall x > 0) \quad 1 - \cos x \leq x$)

ب) تحقق أن: $(\forall x > 0) \quad g(x) - \ln 3 = \int_x^{3x} \frac{\cos t - 1}{t} dt$

ج) استنتاج: $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

انتهى