

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2015  
- الموضوع -

٢٠١٥ | ٢٠١٤ | ٢٠١٣ | ٢٠١٢ | ٢٠١١ | ٢٠١٠ | ٢٠٠٩ | ٢٠٠٨ | ٢٠٠٧ | ٢٠٠٦ | ٢٠٠٥ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٣ | ٢٠٠٢ | ٢٠٠١ | ٢٠٠٠ | ٢٠٠٩ | ٢٠٠٨ | ٢٠٠٧ | ٢٠٠٦ | ٢٠٠٥ | ٢٠٠٤ | ٢٠٠٣ | ٢٠٠٢ | ٢٠٠١ | ٢٠٠٠



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

NS 24

4 مدة الإنجاز  
9 المعامل

الرياضيات

المادة

شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

الشعبة أو المسلك

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالأعداد العقدية .....(3 ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالحسابيات .....(3 ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالبنيات الجبرية .....(4 ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل .....(6.5 ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل .....(3.5 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

التمرين الأول: (3 نقط)

1- نعتبر في المجموعة  $\mathcal{E}$  المعادلة التالية:  $0 = 4 + 4i\sqrt{3} - (5 + i\sqrt{3})z + z^2$

أ) تحقق أن  $(3 - i\sqrt{3})^2$  هو مميز المعادلة  $(E)$  0.25

ب) حدد  $a$  و  $b$  حل المعادلة  $(E)$  (علماً أن:  $b = \dots$ ) 0.5

ج) تتحقق أن:  $b = (1 - i\sqrt{3})a$  0.25

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعمد و منظم و مباشر.  
لتكن  $A$  النقطة التي لحقها  $a$  و  $B$  النقطة التي لحقها  $b$

أ) حدد العدد العقدي  $b_1$  لحق النقطة  $B_1$  صورة النقطة  $O$  بالدوران الذي مركزه  $A$  و زاويته  $\frac{P}{2}$  0.5

ب) بين أن  $B$  هي صورة  $B_1$  بالتحاكي الذي مركزه  $A$  و نسبته  $\sqrt{3}$  0.5

ج) تتحقق أن:  $\arg\left(\frac{b}{b-a}\right) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$  0.5

د) لتكن  $C$  نقطة، لحقها  $c$ ، تتنمي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث  $OAB$  و تختلف  $O$  و  $A$  0.5

حدد عددة للعدد العقدي  $\frac{c}{c-a}$

التمرين الثاني: (3 نقط)

ليكن  $x$  عدداً صحيحاً نسبياً بحيث:  $[2015 : 1436]^{1439}$

1- علماً أن:  $1 = 749 - 1051 \cdot 1436'$  ، بين أن  $1436$  و  $2015$  أوليان فيما بينهما. 0.25

2- ليكن  $d$  قاسماً مشتركاً للعددين  $x$  و  $2015$

أ) بين أن  $d$  يقسم  $1436$  0.5

ب) استنتج أن  $x$  و  $2015$  أوليان فيما بينهما. 0.5

3- أ) باستعمال مبرهنة فيرما بين أن:  $x^{1440} \equiv 1 [31]$  و  $x^{1440} \equiv 1 [13]$  و  $x^{1440} \equiv 1 [5]$  0.75

(لاحظ أن:  $2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$ )

ب) بين أن:  $x^{1440} \equiv 1 [2015]$  ثم استنتاج أن:  $x^{1440} \equiv 1 [65]$  0.5

4- بين أن:  $[2015 : 1051] = 1$  0.5

التمرين الثالث: (4 نقط)

نذكر أن  $(+, \cdot)$   $M_2(\mathbb{C})$  حلقة واحدة وحدتها  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  و أن  $(+, \cdot)$  زمرة تبادلية.

لكل عدد حقيقي  $x$  نضع:  $M(x) = \begin{pmatrix} 1-x & x \\ \frac{x}{2x+1} & \frac{1}{2x+1} \end{pmatrix}$  و نعتبر المجموعة  $\{M(x) / x \in \mathbb{R}\}$

# هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

الصفحة  
3  
4

NS 24

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2015 - الموضوع  
- مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

<p>(<math>"(x,y)^2</math>) <math>M(x)T M(y) = M(x+y+1)</math> المعنى بما يلي:</p> <p>1- ليكن <math>j</math> التطبيق من ، نحو <math>E</math> المعنى بما يلي: (<math>"x^j</math>) <math>M(x-j) = M(x-1)</math></p> <p>(أ) بين أن <math>j</math> تشكل من <math>(+, \cdot)</math> نحو <math>(E, T)</math>          (ب) بين أن <math>(T)</math> زمرة تبادلية.</p> <p>2- أ) بين أن: (<math>"(x,y)^2</math>) <math>M(x) M(y) = M(x+y+xy)</math></p> <p>ب) استنتاج أن <math>E</math> جزء مستقر من <math>(M_2, \cdot)</math> وأن القانون "<math>\times</math>" تبادل في <math>E</math>.</p> <p>ج) بين أن القانون "<math>\times</math>" توزيعي بالنسبة للقانون "<math>T</math>" في <math>E</math>.</p> <p>د) تتحقق أن <math>(1) M(-)</math> هو العنصر المحايد في <math>(E, T)</math> وأن <math>I</math> هو العنصر المحايد في <math>(\cdot)</math>.</p> <p>3- أ) تتحقق أن: <math>I = \lim_{x \rightarrow -1} M(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{1+x}</math></p> <p>ب) بين أن <math>(\cdot)</math> جسم تبادل.</p>	0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.25 0.75
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------

## التمرين الرابع: (6.5 نقط)

الجزء الأول: لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $[0, +\infty]$  بما يلي:

$$x > 0 \quad f(x) = x(1 + \ln^2 x) \quad f(0) = 0$$

ليكن  $(C)$  المنحني الممثل الدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعدد و منظم  $(O, i, j)$ .

1- أحسب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ثم أول مبيانيا النتيجة المحصل عليها.

2- أ) بين أن الدالة  $f$  متصلة على اليمين في  $0$

ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$  ثم أول مبيانيا النتيجة المحصل عليها.

ج) أحسب  $(f'(x))'$  من أجل  $x > 0$  ثم استنتاج أن الدالة  $f$  تزايدية قطعا على المجال  $[0, +\infty]$ .

3- أ) بين أن المنحني  $(C)$  يقبل نقطة انعطاف  $I$  أقصولها  $e^{-1}$ .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني  $(C)$  بالنسبة للمستقيم الذي معادلته :

ج) أنشئ المنحني  $(C)$ . (نأخذ:  $e^{-1} = 0.4$ )

الجزء الثاني: نعتبر المتالية العددية  $(u_n)_{n=0}^{\infty}$  المعرفة بما يلي:

1- بين بالترجع أن:  $1 < e^{-1} \leq u_n$  (نأخذ:  $e^{-1} = 0.4$ )

2- بين أن المتالية  $(u_n)_{n=0}^{\infty}$  تزايدية قطعا ثم استنتاج أنها متقاربة.

3- نضع:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$

أ) بين أن:  $e^{-1} \leq l \leq 1$

ب) حدد قيمة  $l$

الجزء الثالث: لتكن  $F$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $[0, +\infty[$  بما يلي:

1- أ) بين أن الدالة  $H : x \mapsto x \ln x$  دالة أصلية للدالة  $f : x \mapsto -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x^2 \ln x$  على المجال  $[0, +\infty[$  0.25

ب) بين أن:  $\int_1^x t \ln^2(t) dt = \frac{x^2}{2} \ln^2(x) - \int_1^x t \ln(t) dt$  0.5

ج) استنتج أن:  $F(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{3x^2}{4} - \frac{x^2}{2} \ln(x) + \frac{x^2}{2} \ln^2(x)$  0.5

2- أ) بين أن الدالة  $F$  متصلة على المجال  $[0, +\infty[$  0.25

ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x)$  ثم استنتج قيمة التكامل 0.5

التمرين الخامس:(3.5 نقط)

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $[0, +\infty[$  بما يلي:  $g(0) = \ln 2$  إذا كان  $x > 0$

1- أ) بين أن:  $(\forall x > 0) (\forall t \in [x, 2x]) e^{-2x} \leq e^{-t} \leq e^{-x}$  0.5

ب) بين أن:  $(\forall x > 0) e^{-2x} \ln 2 \leq g(x) \leq e^{-x} \ln 2$  0.5

ج) استنتاج أن الدالة  $g$  متصلة على اليمين في 0. 0.25

2- بين أن الدالة  $g$  قابلة للاشتقاق على المجال  $[0, +\infty[$  ثم أحسب  $(g'(x))'$  من أجل  $x > 0$  0.75

3- أ) بين أن:  $(\forall t > 0) -1 \leq \frac{e^{-t} - 1}{t} \leq -e^{-t}$  (يمكنك استعمال مبرهنة التزايدات المنتهية) 0.5

ب) بين أن:  $(\forall x > 0) -1 \leq \frac{g(x) - \ln 2}{x} \leq \frac{e^{-2x} - e^{-x}}{x}$  0.5

ج) استنتاج أن الدالة  $g$  قابلة للاشتقاق على اليمين في 0. 0.5

**انتهى**