

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب)	الشعبية أو المسلط

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
  - يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
  - يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالحسابيات .....(3ن)

## - التمرين الثاني يتعلق بالبنيات الجبرية.....(3.5ن)

- التمرين الثالث يتعلّق بالأعداد العقدية ..... (3.5)

- التمرин الرابع يتعلّق بالتحليل .....(8ن)

- التمرин الخامس يتعلّق بالتحليل .....(2ن)

- التمرين الخامس يتعلّق بالتحليل .....(2ن)

- التمرين الخامس يتعلّق بالتحليل .....(2ن)

**لا يسمح باستعمال الآلة الحاسية** **كيفما كان نوعها**

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

# هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

الصفحة  
2  
5

NS 24

الامتحان الوطني الموحد للثانوي - الدورة العادية 2014 - الموضوع  
- مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب)

## التمرين الأول:(3 نقط)

$$(n \text{ مرتبة الرقم } 3) \quad a_n = \underbrace{333\dots31}_n \quad \text{لكل } n \text{ من } * \text{ نضع :}$$

1- تحقق أن العددين  $a_1$  و  $a_2$  أوليان.

0.5

$$3a_n + 7 = 10^{n+1} \quad : \quad * \text{ بين أن لكل } n \text{ من } :$$

0.5

$$10^{30k+2} \equiv 7 \quad [31] \quad : \quad * \text{ بين أن لكل } k \text{ من } :$$

0.75

$$a_{30k+1} : 0 \quad [31] \quad : \quad * \text{ بين أن لكل } k \text{ من } : \text{ ثم استنتج أن } 31 \text{ يقسم } 3a_{30k+1}$$

0.75

$$\epsilon^2 \text{ بين أنه لكل } n \text{ من } * \text{ ، إذا كان } [30] \text{ لا تقبل حلولا في } a_n x + 31y = 1 \quad \text{فإن المعادلة } n : 1$$

0.5

## التمرين الثاني:(3.5 نقطة)

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{نذكر أن } (\times, +, \square) \text{ جسم تبادلي و أن } (M_2(\square), +, \times) \text{ حلقة واحدية صفرها}$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{و وحدتها}$$

$$E = \left\{ M(a,b) / (a,b) \in \square^2 \right\} \quad \text{ونعتبر المجموعة : } M(a,b) = \begin{pmatrix} a & a-b \\ b & a+b \end{pmatrix} \quad \text{لكل } a \text{ و } b \text{ من } , \text{ نضع:} \\ 1- \text{ بين أن } E \text{ زمرة جزئية للزمرة } (M_2(\square), +).$$

0.5

$$2- \text{ احسب } J \quad (M_2(\square), \times) \quad \text{حيث: } J = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{ثم استنتاج أن } E \text{ جزء غير مستقر من } J^2 = J'$$

0.75

$$3- \text{ نعرف على } N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{قانون التركيب الداخلي } * \quad \text{بما يلي : } A * B = A \times N \times B \quad \text{حيث :}$$

$\varphi$  من  $\square^*$  نحو  $(\square, M_2)$  الذي يربط كل عدد عقدي غير منعدم  $a+ib$  ( )  $a$  و  $b$  عداد حقيقيان .  
ونعتبر التطبيق  $\varphi$  من  $\square^*$  نحو  $(\square, M_2)$  الذي يربط كل عدد عقدي غير منعدم  $a+ib$  ( )  $a$  و  $b$  عداد حقيقيان .

بالمصفوفة  $M(a,b)$ .

$$(\text{أ) بين أن } \varphi \text{ تشكل من } (\square, *, \times) \text{ نحو } (\square, M_2))$$

0.5

$$\varphi(\square^*) = E^* \cdot E^* = E - \{O\}$$

0.25

$$\text{ج) بين أن } (E^*, *, \times) \text{ زمرة تبادلية.}$$

0.5

$$4- \text{ بين أن: } (\forall (A,B,C) \in E^3) \quad A * (B + C) = A * B + A * C$$

0.5

$$5- \text{ استنتاج مما سبق أن } (E, +, *) \text{ جسم تبادلني.}$$

0.5

# هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

الصفحة  
3  
5

NS 24

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العاشرة 2014 - الموضوع  
- مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب)

التمرين الثالث: (3.5 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم معتمد منظم و مباشر .  $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$

ليكن  $\theta$  عددا حقيقيا بحيث:  $q = \frac{\theta}{2}$ ,  $\frac{p}{2} = \frac{\theta}{4}$

1- نعتبر في المجموعة  $\square$  المعادلة التالية:  $(E) z^2 - \sqrt{2}e^{i\theta}z + e^{2i\theta} = 0$

أ) تتحقق أن مميز المعادلة  $(E)$  هو:  $D = (\sqrt{2}ie^{iq})^2$

ب) اكتب على الشكل المثلثي  $z_1$  و  $z_2$  حل المعادلة  $(E)$  في المجموعة  $\square$ .

0.25

0.75

2- نعتبر النقط  $I$  و  $J$  و  $T_1$  و  $T_2$  و  $A$  التي ألاقها على التوالي  $1$  و  $-1$  و  $e^{iq}$  و  $e^{i(q+\frac{P}{4})}$

أ) بين أن المستقيمين  $(OA)$  و  $(T_1T_2)$  متعمدان.

0.5

ب) ليكن  $K$  منتصف القطعة  $[T_1T_2]$ . بين أن النقط  $O$  و  $K$  و  $A$  مستقيمية.

0.25

ج) استنتج أن المستقيم  $(OA)$  هو واسط القطعة  $[T_1T_2]$ .

0.25

3- ليكن  $r$  الدوران الذي مرکزه  $T_1$  و قياس زاويته  $\frac{p}{2}$

أ) اعط الصيغة العقدية للدوران  $r$ .

0.25

ب) تتحقق أن لحق النقطة  $B$  صورة النقطة  $I$  بالدوران  $r$  هو:  $b = \sqrt{2}e^{iq} + i$

0.5

ج) بين أن المستقيمين  $(AB)$  و  $(IJ)$  متعمدان.

0.25

4- حدد لحق النقطة  $C$  صورة النقطة  $A$  بالإزاحة التي متوجهها  $(-v)$

0.25

5- بين أن النقطة  $A$  هي منتصف القطعة  $[BC]$ .

0.25

التمرين الرابع: (8 نقط)

$f(x) = \frac{x \ln x}{1+x^2}$  ;  $x > 0$  - نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $[0, +\infty)$  بما يلي:  
 $f(0) = 0$

1- أ) بين أن الدالة  $f$  متصلة على المجال  $[0, +\infty)$

0.5

ب) أدرس إشارة  $f(x)$  على المجال  $[0, +\infty)$

0.25

2- أ) بين أن:  $\left(\forall x \in \mathbb{R}_+^*\right) f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

0.25

ب) بين أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على المجال  $[0, +\infty)$

0.25

# هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

الصفحة  
4  
5

NS 24

الامتحان الوطني الموحد للثانوية - الدورة العادية 2014 - الموضوع  
- مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب)

ج) بين أن:  $(\exists \alpha \in ]0,1[) \quad f'(\alpha) = 0$

د) استنتج أن:  $f'\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 0$

- نعتبر الدالة  $F$  المعرفة على المجال  $[0, +\infty]$  بما يلي: II

ليكن  $(C)$  المنحني الممثل للدالة  $F$  في معلم متعمد منظم.

1- أ) تحقق أن:  $(\forall t \in [1, +\infty[) \quad \frac{1}{2} \leq \frac{t^2}{1+t^2} \leq 1$

ب) بين أن:  $(\forall x \in [1, +\infty[) \quad F(1) - \frac{1}{2}(\ln x)^2 \leq F(x) \leq F(1) - \frac{1}{4}(\ln x)^2$

$(F(x) = \int_0^1 f(t)dt - \int_1^x \frac{t^2}{1+t^2} \cdot \frac{\ln t}{t} dt)$  (لاحظ أن:

ج) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x}$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ . ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.

2- أ) بين أن الدالة  $F$  قابلة للاشتقاق على المجال  $[0, +\infty]$  ثم أحسب  $F'(x)$

ب) أدرس تغيرات الدالة  $F$  على المجال  $[0, +\infty]$

3- أ) بين أن:  $(\forall t \in ]0, +\infty[) \quad -t \ln t \leq \frac{1}{e}$

ب) بين أن:  $(\forall t \in [0, +\infty[) \quad f(t) \leq \frac{1}{e}$

ج) استنتاج أن:  $x < F(x) < x$

4- نعتبر المتالية العددية  $(u_n)_{n=0}^{+\infty}$  المعرفة بما يلي:  $u_0$  و  $u_{n+1} = F(u_n)$

أ) بين أن:  $(\exists n \in \mathbb{N}) \quad u_n < 1$

ب) بين أن المتالية  $(u_n)_{n=0}^{+\infty}$  تنقصصية قطعا ثم استنتاج أنها متقاربة.

ج) حدد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الخامس: (2 نقط)

$$g(x) = \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} ; x > 0$$

نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $[0, +\infty]$  بما يلي:

$$g(0) = 0$$

1- بين أن الدالة  $g$  متصلة على المجال  $[0, +\infty]$  0.5

2- لكل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[0, +\infty]$  ، نضع  $L(x) = \int_x^1 g(t) dt$   
 أ) بين أن الدالة  $L$  متصلة على المجال  $[0, +\infty]$  0.25

ب) أحسب  $L(x)$  من أجل  $x > 0$  0.25

ج) أحسب  $L(0)$  ثم استنتج قيمة  $\lim_{x \rightarrow 0^+} L(x)$  0.5

3- لكل عدد صحيح طبيعي  $n$  أكبر من أو يساوي 1 نضع:  
 بين أن المتالية  $(s_n)_{n \geq 1}$  مقربة ثم حد نهايتها. 0.5

انتهى