هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

الامتحان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريا
الدورة الاستدراكية 2011

مادة الرياضيات
مسلك العلوم الرياضية أ و ب
المعامل 9
مدة الإنجاز : أربع ساعات

استعمال الحاسبة الغير القابلة للبرمجة مسموح به

التمرين الأول : (3,5 ن)

لكل x و y من المجال $I=]0,1[$ نضع : $x*y=\dfrac{xy}{xy+(1-x)(1-y)}$

0,50 ن ① أ) بين أن $(*)$ قانون تركيب داخلي في I .

0,50 ن ب) بين أن القانون $(*)$ تبادلي و تجميعي .

0,50 ن ج) بين أن $(I,*)$ يقبل عنصرا محايدا ينبغي تحديده.

0,50 ن ② بين أن $(I,*)$ زمرة تبادلية.

③ نعتبر المجموعتين : $\mathbb{H}=\{\ 2^n\ /\ n\epsilon\mathbb{Z}\ \}$ و $\mathbb{K}=\left\{\ \dfrac{1}{2^n+1}\ /\ n\epsilon\mathbb{Z}\right\}$

0,50 ن أ) بين أن $\mathbb{H}$ زمرة جزئية للزمرة $\left(\mathbb{R}_+^*,\times\right)$.

0,50 ن ب) نعتبر التطبيق φ المعرف بما يلي :

$$\varphi:\ \mathbb{H}\longrightarrow I,\quad x\longrightarrow\frac{1}{x+1}$$

بين أن التطبيق φ تشاكل من $(\mathbb{H},\times)$ إلى $(I,*)$

0,50 ن ج) استنتج أن $(\mathbb{K},*)$ زمرة جزئية للزمرة $(I,*)$.

التمرين الثاني : (2,5 ن)

ليكن x عددا صحيحا طبيعيا يحقق $10^x\equiv 2[19]$.

0,25 ن ① أ) تحقق أن : $10^{x+1}\equiv 1[19]$.

0,50 ن ب) بين أن : $10^{18}\equiv 1[19]$.

② ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين 18 و $(x+1)$.

0,75 ن أ) بين أن : $10^d\equiv 1[19]$.

0,50 ن ب) بين أن : $d\equiv 18$.

0,50 ن ج) استنتج أن : $x\equiv 17[18]$.

التمرين الثالث : (4,0 ن)

(I) نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية :

$$(E):\ z^3-(1+2i)z^2+3(1+i)z-10(1+i)=0$$

0,50 ن ① بين أن العدد $-2i$ حل للمعادلة (E) .

0,50 ن ② حدد العددين العقديين α و β بحيث :

$$(\forall z\epsilon\mathbb{C}):\ z^3-(1+2i)z^2+3(1+i)z-10(1+i)=(z+2i)(z^2+\alpha z+\beta)$$

0,50 ن ③ أ) حدد الجذرين المربعين للعدد $(5-12i)$.

0,50 ن ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

(II) المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(o,\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=-1+3i$ و $b=-2i$ و $c=2+i$.

0,50 ن ① بين أن ABC قائم الزاوية ومتساوي الساقين في النقطة C.

② نعتبر الدوران $\mathcal{R}_1$ الذي مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{3}$ و الدوران $\mathcal{R}_2$ الذي مركزه A و زاويته $\frac{-2\pi}{3}$.

لتكن M نقطة من المستوى العقدي لحقها z و M_1 صورتها بالدوران $\mathcal{R}_1$ و M_2 صورتها بالدوران $\mathcal{R}_2$.

0,50 ن (أ) تحقق أن الصيغة العقدية للدوران $\mathcal{R}_1$ هي : $z_1=\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)z-\sqrt{3}-i$

0,50 ن (ب) حدد z_2 لحق M_2 بدلالة z .

0,50 ن (ج) استنتج أن النقطة I منتصف القطعة $[M_1M_2]$ نقطة **ثابتة** .

التمرين الرابع : (6,0 ن) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+\ln x$.

و ليكن $(\mathcal{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$ $(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1\text{cm})$

1,00 ن ① أحسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)-x)$

0,50 ن ② (أ) ضع جدول تغيرات الدالة f .

0,75 ن (ب) بين أن الدالة f تقابل من المجال $]0,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده ثم ضع جدول تغيرات التقابل العكسي f^{-1} .

0,50 ن ③ أحسب : $f(1)$ و $f(e)$ ثم أنشىء $(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{C}^{-1})$ منحنى الدالة f^{-1} في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,50 ن ④ (أ) أحسب التكامل : $\int_1^{e+1} f^{-1}(x)\,dx$ (يمكن أن تضع $t=f^{-1}(x)$)

0,50 ن (ب) استنتج مساحة حيز المستوى المحصور بين $(\mathcal{C}^{-1})$ و المستقيمات : $x=1$ و $x=e+1$ و $y=x$.

⑤ نعتبر المعادلة : $x+\ln x=n$: (E_n) .

0,25 ن (أ) بين أن المعادلة (E_n) تقبل حلا وحيدا x_n .

0,50 ن (ب) حدد قيمة x_1 ثم بين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n=+\infty$

0,50 ن ⑥ (أ) بين أن $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*)$; $f(x_n)\le f(n)$ ثم استنتج أن $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*)$: $x_n\le n$.

0,50 ن (ب) بين أن $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*)$; $n-\ln n\le x_n$.

0,50 ن (ج) أحسب النهايتين التاليتين: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{x_n-n}{n}\right)$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{x_n}{n-\ln n}\right)$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين الخامس : (4,5 ن)

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم و f_n الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f_n(x) = -1 + x + \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{x^n}{n}$$

0,50 ن ① بين أنه من أجل $n \geq 2$ يوجد عدد حقيقي و حيد α_n من المجال $]0,1[$ بحيث : $f_n(\alpha_n) = 0$.

0,75 ن ② بين أن المتتالية $(\alpha_n)_{n\geq 2}$ تناقصية قطعا ثم استنتج أنها متقاربة (نضع : $\ell = \lim_{+\infty}(\alpha_n)$)

0,50 ن ③ أ) تحقق أنه من أجل $t \neq 1$ لدينا : $1 + t + t^2 + \cdots + t^{n-1} = \frac{1}{1-t} - \frac{t^n}{1-t}$

0,50 ن ب) استنتج أن : $\alpha_n + \frac{(\alpha_n)^2}{2} + \frac{(\alpha_n)^3}{3} + \cdots + \frac{(\alpha_n)^n}{n} = -\ln(1-\alpha_n) - \int_0^{\alpha_n} \frac{t^n}{1-t}dt$

0,50 ن ④ أ) بين أن : $1 + \ln(1-\alpha_n) = -\int_0^{\alpha_n} \frac{t^n}{1-t}dt$

0,50 ن ب) بين أن : $(\forall n \geq 2) \; : \quad 0 \leq \int_0^{\alpha_n} \frac{t^n}{1-t}dt \leq \frac{1}{(n+1)(1-\alpha_n)}$

0,50 ن ج) استنتج أن : $\boxed{\ell = 1 - e^{-1}}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma