



الصفحة
1
4



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الإستدراكية 2010
الموضوع

| | | | | |
|---|-----------------|------|--------------------------------|-------------------------|
| 9 | المعامل: | RS24 | الرياضيات | المادة: |
| 4 | مدة الإنجاز: | | شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) | الشعب(ة) أو المسلك : |

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة جماعها مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالبنيات الجبرية.
- التمرين الثاني يتعلق بالأعداد العقدية.
- التمرين الثالث يتعلق بحساب الإحتمالات.
- المسألة تتعلق بالتحليل.

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة القابلة للبرمجة

التمرين الأول : (3 نقط)

نذكر أن $(M_3(\mathbb{R}), +, \times)$ حلقة واحدية غير تبادلية.

$$E = \left\{ M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ x^2 & 2x & 1 \end{pmatrix} / x \in \mathbb{R} \right\}$$

نعتبر المجموعة :

(1) بين أن E جزء مستقر في $(M_3(\mathbb{R}), \times)$. 0.5

(2) أ- بين أن التطبيق φ الذي يربط العدد الحقيقي x بالمصفوفة $M(x)$ تشكل تقابلية من $(\mathbb{R}, +)$ نحو (E, \times) . 0.5

ب- استنتاج أن (E, \times) زمرة تبادلية. 0.5

ج- حدد $M^{-1}(x)$ مقلوب المصفوفة $M(x)$ حيث x عدد حقيقي. 0.5

د- حل في المجموعة E المعادلة : $A^5 X = B$ حيث : $A = M(2)$ و $B = M(12)$ و $A^5 X = B$ حيث : 0.5

(3) بين أن المجموعة : $F = \left\{ M(\ln(x)) / x \in \mathbb{R}_+^* \right\}$ زمرة جزئية للزمرة (E, \times) . 0.5

التمرين الثاني : (4 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعمد و منظم و مباشر $(O; \vec{u}, \vec{v})$

(1) نعتبر في المجموعة \mathbb{C} المعادلة $z^2 - 4iz - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$ 0.5

أ- تحقق ان العدد العقدي $a = 1 + i(2 - \sqrt{3})$ حل للمعادلة 0.5

ب- استنتاج b الحل الثاني للمعادلة (E) 0.5

$$(2) \quad a^2 = 4(2 - \sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{6}}$$

ب- اكتب العدد a على الشكل المثلثي. 0.75

(3) نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي a و b و $c = 2i + 2e^{i\frac{\pi}{7}}$ 0.75

لتكن (Γ) الدائرة التي أحد أقطارها $[AB]$

أ- حدد ω لحق النقطة Ω مركز الدائرة (Γ) 0.5

ب- بين أن النقطتين O و C تنتهيان للدائرة (Γ) 0.5

ج- بين أن العدد العقدي $\frac{c-a}{c-b}$ تخيلي صرف. 0.75

التمرين الثالث : (3 نقط)

يحتوي صندوق على 10 كرات بيضاء و كرتين حمراوين .

نسحب الكرات من الصندوق الواحدة تلو الأخرى بدون إحلال إلى أن نحصل لأول مرة على كرة بيضاء ثم نوقف التجربة .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات المسحوبة.

(1) أ- حدد مجموعة قيم المتغير العشوائي X 0.25

| | |
|--|----------------------------------|
| <p>ب- احسب احتمال الحدث $[X=1]$</p> <p>ج- بين أن : $p[X=2] = \frac{5}{33}$</p> <p>د- احسب احتمال الحدث $[X=3]$</p> <p>(2) أ- بين أن: $E(X) = \frac{13}{11}$ حيث $E(X)$ هو الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X</p> <p>ب- احسب $E(X^2)$ ثم استنتاج قيمة $V(X)$. حيث $V(X)$ هي مغایرة المتغير العشوائي X</p> | 0.5 0.5 0.5 0.5 0.75 |
|--|----------------------------------|

مسألة: (10 نقط)

I- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I = [0,1]$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{1 - \ln(1-x)} & ; \quad 0 \leq x < 1 \\ f(1) = 0 \end{cases}$$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعمد منظم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- | | |
|---|---|
| <p>(1) بين أن الدالة f متصلة على اليسار في 1</p> <p>(2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في 1</p> <p>(3) أدرس تغيرات الدالة f على المجال I ثم أعط جدول تغيراتها.</p> <p>(4) أ- بين أن المنحنى يقبل نقطة انعطاف وحيدة أقصولها $\frac{e-1}{e}$</p> <p>ب- أنشئ المنحنى (C) مبرزاً نصف مماسه في النقطة التي أقصولها 0. (نأخذ m .)</p> <p>5) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال I يحقق: $f(\alpha) = \alpha$</p> <p>6) أ- بين أن الدالة f تقابل من المجال I نحو I.</p> <p>ب- حدد $f^{-1}(x)$ لكل عنصر x من المجال I.</p> | 0.5 0.5 0.75 0.5 0.75 0.5 0.25 0.5 |
|---|---|

II- نضع : $I_n = \int_0^1 t^n f(t) dt$ و لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n :

(1) بين أن المتالية $(I_n)_{n \geq 0}$ تناقصية ثم استنتاج أنها متقاربة.

(2) بين أن : $(I_n)_{n \geq 0}$ ثم حدد نهاية المتالية $(\forall n \geq 0) \quad 0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$

III- لكل عدد حقيقي x من المجال $J = [0,1]$ و لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n نضع :

$$S_n(x) = \sum_{k=0}^{k=n} F_k(x) \quad F(x) = \int_0^x \frac{f(t)}{1-t} dt \quad F_n(x) = \int_0^x t^n f(t) dt \quad F_0(x) = \int_0^x f(t) dt$$

(1) بين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad (\forall x \in J) \quad F(x) - S_n(x) = \int_0^x \frac{t^{n+1} f(t)}{(1-t)} dt$

أ- بين أن الدالة : $J(x) = (1-x)(1-\ln(1-x))$ تناصصية قطعا على المجال J 0.5

ب- استنتج أن الدالة : $t \rightarrow \frac{f(t)}{1-t}$ تزايدية قطعا على المجال $[0, x]$ [مهما يكن x من المجال J] 0.5

($\forall n \in \mathbb{N}$) ($\forall x \in J$) : $0 \leq F(x) - S_n(x) \leq \frac{1}{n+2} \left(\frac{1}{1-x} \right)$ أ- بين أن : 1

ب- استنتاج أنه مهما يكن العدد x من المجال J لدينا : $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n(x) = F(x)$ 0.5

أ- حدد $F(x)$ من أجل $x \in J$ 0.5

ب- حدد النهاية: $\lim_{x \rightarrow 1^-} F(x)$ 0.25