

|        |
|--------|
| الصفحة |
| 1/4    |

C: RS24

المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتعليم العالي  
والتكوين الأطر  
والبحث العلمي  
كتابة الدولة المكلفة بالتعليم المدرسي  
الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
-الدورة الاستدراكية 2008-  
الموضوع



المركز الوطني للتقويم والامتحانات

|              |                                |
|--------------|--------------------------------|
| المادة:      | الرياضيات                      |
| الشعب (ة):   | شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) |
| المعامل:     | 9                              |
| مدة الإنجاز: | 4س                             |

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة

التمرين الأول: (3,5 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \bar{u}, \bar{v})$ .

نعتبر التطبيق  $r$  الذي يربط النقطة  $M(z)$  بالنقطة  $M_1(z_1)$  حيث:  $z_1 = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}z + \frac{\sqrt{3}+i}{2}$

و التطبيق  $h$  الذي يربط النقطة  $M(z)$  بالنقطة  $M_2(z_2)$  حيث:  $z_2 = -2z + 3i$  ونضع  $F = h \circ r$

(1) حدد طبيعة كل من التطبيقين  $r$  و  $h$  وعناصرهما المميزة.

(2) نعتبر النقطتين  $\Omega(i)$  و  $A(a)$  حيث  $a$  عدد عقدي معلوم مخالف للعدد  $i$ .

ونضع:  $B = F(A)$  و  $C = F(B)$  و  $D = F(C)$

(أ) بين أنه إذا كانت النقطة  $M'(z')$  هي صورة النقطة  $M(z)$  بالتطبيق  $F$  فإن:

$$z' - i = 2e^{\frac{4\pi}{3}}(z - i)$$

(ب) تحقق أن  $\Omega$  هي النقطة الوحيدة التي تحقق:  $F(\Omega) = \Omega$

(3) (أ) حدد بدلالة العدد العقدي  $a$  الأعداد العقدية  $b$  و  $c$  و  $d$  الحاق النقط  $B$  و  $C$  و  $D$  على التوالي.

(ب) بين أن النقط  $\Omega$  و  $A$  و  $D$  مستقيمية.

(ج) بين أن  $\Omega$  هو مرجح النظمة المتزنة  $\{(B, 4); (C, 2); (D, 1)\}$

(د) حدد مجموعة النقط  $A(a)$  لكي تكون النقطة  $D$  تنتمي إلى المحور الحقيقي.

التمرين الثاني: (4 نقط)

نزود المجموعة  $\mathbb{R}$  بقانون التركيب الداخلي \* المعروف بما يلي:

$$(\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) ; x * y = x + y - 3xy$$

(1) (أ) تحقق أن:  $(1 - 3x)(1 - 3y) = 1 - 3(x * y)$  ;  $(\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2)$



(ب) بين أن  $\left(\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}, *\right)$  زمرة تبادلية.

0,75ن

(2) أ) بين أن التطبيق  $\varphi$  الذي يربط كل عدد حقيقي  $x$  بالعدد الحقيقي

0,5ن

$$\varphi(x) = 1 - 3x \quad \text{تشاكل تقابلي من } \left(\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}, *\right) \text{ نحو } (\mathbb{R}^*, \times)$$

$$\text{ب) بين أن : } \varphi^{-1}(\mathbb{R}_+^*) = \left]-\infty, \frac{1}{3}\right[$$

0,25ن

$$\text{ج) بين أن } \left(\left]-\infty, \frac{1}{3}\right[, *\right) \text{ زمرة جزئية للزمرة } \left(\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}, *\right)$$

0,5ن

(3) لكل  $x$  من المجموعة  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$  ولكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  نضع :  $x^{(0)} = 0$

$$\text{و } (\forall n \in \mathbb{N}) ; x^{(n+1)} = x^{(n)} * x$$

$$\text{أ) بين أن : } \varphi(x^{(n)}) = (\varphi(x))^n ; (\forall n \in \mathbb{N}) ; \left(\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}\right)$$

0,25ن

ب) استنتج  $x^{(n)}$  بدلالة  $x$  و  $n$ .

0,5ن

(4) نزود المجموعة  $\mathbb{R}$  بقانون التركيب الداخلي  $T$  المعروف بما يلي :

$$(\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) ; xTy = x + y - \frac{1}{3}$$

أ) بين أن :  $(\mathbb{R}, T)$  زمرة تبادلية.

0,5ن

ب) بين أن :  $(\mathbb{R}, T, *)$  جسم تبادلي.

0,5ن

### التمرين الثالث: (5,2نقط)

يحتوي صندوق على أربع كرات: كرة بيضاء و ثلاث كرات حمراء غير قابلة للتمييز باللمس .

نسحب عشوائيا كرة من الصندوق , نسجل لونها , ثم نعيدها إلى الصندوق.

نجري نفس التجربة لمرات متتابة إلى أن نحصل لأول مرة على كرتين متتابعتين من نفس اللون

و نوقف التجربة .

ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي رتبة السحبة التي توقفت فيها التجربة.

(1) احسب احتمال كل حدث من الحدثين التاليين :  $[X = 2]$  و  $[X = 3]$

ان



(2) ليكن  $k$  عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

أ) بين أن احتمال الحدث  $[X = 2k]$  هو  $p_{2k} = \frac{5}{8} \left( \frac{3}{16} \right)^{k-1}$  0,75 ن

ب) بين أن احتمال الحدث  $[X = 2k + 1]$  هو  $p_{2k+1} = \left( \frac{3}{16} \right)^k$  0,75 ن

التمرين الرابع: (10 نقط)

I- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $I = \left] -\frac{1}{2}, +\infty \right[$  بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(1+2x)}{x} ; & x \neq 0 \\ f(0) = 2 \end{cases}$$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين أن الدالة  $f$  متصلة في الصفر . 0,5

(2) لكل عدد حقيقي غير منعدم  $a$  من المجال I نعتبر الدالة العددية  $h_a$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على

المجال I بما يلي:  $h_a(x) = (\ln(1+2a) - 2a)x^2 - (\ln(1+2x) - 2x)a^2$

أ) احسب  $h_a(a)$  و  $h_a(0)$  ثم استنتج أنه يوجد عدد حقيقي  $b$  محصور بين 0 و  $a$  بحيث:

$$\frac{\ln(1+2a) - 2a}{a^2} = \frac{-2}{1+2b}$$

ب) استنتج أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق في الصفر و أن:  $f'(0) = -2$  . 0,75

(3) أ) بين أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على المجال  $I \setminus \{0\}$  0,5

و أن:  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2(1+2x)}$  ;  $(\forall x \in I \setminus \{0\})$  حيث:  $g(x) = 2x - (1+2x)\ln(1+2x)$

ب) بين أن:  $g(x) < 0$  ;  $(\forall x \in I \setminus \{0\})$  0,5

ج) استنتج تغيرات الدالة  $f$  على المجال I . 0,25

أ) احسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x)$  ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليهما. 0,5



|        |
|--------|
| الصفحة |
| 4      |

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
(الدورة الاستدراكية 2008)  
الموضوع

C: RS24

FB8R

المادة : الرياضيات

الشعب (ة): شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

ب) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  من المجال  $[1, 2]$  بحيث  $f(\alpha) = 1$  0,5

ج) أنشئ المنحنى (C) (نأخذ :  $\alpha \approx 1,3$ ) 0,5

II - 1) نضع :  $J = [1, \alpha]$  و  $\varphi(x) = \ln(1 + 2x)$  ( $\forall x \in I$ ) .

أ) بين الدالة  $\varphi$  قابلة للاشتقاق على المجال I وأن :  $0 < \varphi'(x) \leq \frac{2}{3}$  ( $\forall x \geq 1$ ) 0,5

ب) تحقق أن :  $\varphi(\alpha) = \alpha$  و أن :  $\varphi(J) \subset J$  0,75

2) نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي:  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \ln(1 + 2u_n)$  ( $\forall n \geq 0$ ) ; 0,5

أ) بين أن :  $u_n \in J$  ( $\forall n \geq 0$ ) 0,5

ب) بين أن :  $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$  ( $\forall n \geq 0$ ) 0,5

ج) استنتج أن المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متقاربة و حدد نهايتها. 0,5

III- نعتبر الدالة العددية F المعرفة على المجال I بما يلي:  $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

1) أ) بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على المجال I ثم أحسب  $F'(x)$  0,5

ب) استنتج منحي تغيرات الدالة F على المجال I . 0,25

2) أ) بين أن :  $F(x) \geq \int_1^x \frac{\ln(1+2t)}{1+2t} dt$  ( $\forall x \geq 1$ ) 0,5

ب) استنتج أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$  0,5

3) نفترض أن الدالة F تقبل نهاية منتهية  $\ell$  على اليمين في  $-\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} \tilde{F}(x) = F(x) ; x \in I \\ \tilde{F}\left(-\frac{1}{2}\right) = \ell \end{cases}$$

ونعتبر الدالة  $\tilde{F}$  المعرفة على المجال  $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$  بما يلي:

أ) باستعمال مبرهنة التزايديات المنتهية بين أن :  $F(x) - \ell \geq f(x)\left(x + \frac{1}{2}\right)$  ( $\forall x \in I$ ) 0,5

ب) استنتج أن الدالة  $\tilde{F}$  غير قابلة للاشتقاق على اليمين في  $-\frac{1}{2}$  0,5