هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

الإمتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا الدورة العادية 2006	مادة الرياضيات مسلك العلوم الرياضية أ و ب المعامل 10 مدة الإنجاز : أربع ساعات

استعمال الحاسبة الغير القابلة للبرمجة مسموح به

التمرين الأول : (4,5 ن)

نذكر أن : $(\mathscr{M}_2(\mathbb{R}),+,\times)$ حلقة واحدية .

(I) لتكن G مجموعة المصفوفات من $\mathscr{M}_2(\mathbb{R})$ التي تكتب على الشكل :

$$M_{(a,b)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \; ; \quad (a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$$

0,25 ن ① بين أن G جزء مستقر من : $(\mathscr{M}_2(\mathbb{R}),\times)$

0,75 ن ② بين أن $(G,\times)$ زمرة ، هل هي تبادلية ؟

0,50 ن ③ لتكن $\mathcal{H}$ مجموعة المصفوفات $M_{(a,b)}$ من G حيث $(a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$ بين أن $\mathcal{H}$ زمرة جزئية للزمرة $(G,\times)$.

0,50 ن ④ ليكن A عنصرا من G حيث : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$

نضع $A^1 = A$ و $A^2 = A \times A$ و $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : A^{n+1} = A^n \times A$.

أحسب A^n بدلالة a و n بحيث : $(n \in \mathbb{N}^*)$.

(II) نعتبر في $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$ قانون التركيب الداخلي $\top$ المعرف بما يلي :

$$\forall (x,y);(a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^* : (a,b) \top (x,y) = (a + bx , by)$$

ليكن φ التطبيق المعرف من G نحو $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*$ بما يلي : $\forall (a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^* \; : \; \varphi(M_{(a,b)}) = (a,b)$

0,75 ن ① بين أن φ تشاكل تقابلي من $(G,\times)$ نحو $(\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*,\top)$.

0,25 ن ② استنتج بنية المجموعة : $(\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*,\top)$.

0,50 ن ③ حدد مماثل : $\underbrace{(a,1) \top (a,1) \top \cdots \top (a,1)}_{n \text{ مرة}}$ في $(\mathbb{R} \times \mathbb{R}^*,\top)$ حيث $a \in \mathbb{R}$ و $n \in \mathbb{N}$ و $n \geq 2$.

التمرين الثاني : (2,5 ن)

نعتبر في $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ المعادلة : $(E) : \; x^2(x+y) = y^2(x-y)^2$.

① ليكن (x,y) حلا للمعادلة (E) .

نضع $d = x \wedge y$ و $x = ad$ و $y = bd$.

0,25 ن (أ) تحقق أن $b^2(a-b)^2 = (a+b)a^2$.

0,75 ن (ب) استنتج أن $b = 1$.

0,50 ن (ج) بين أن $a \neq 1$ و $(a-1)$ يقسم $(a+1)$.

0,50 ن (د) استنتج أن $a = 2$ أو $a = 3$.

0,50 ن ② حل في $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ المعادلة (E) .

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين الثالث : (5,0 ن)

نضع $(\forall z\epsilon\mathbb{C}) : P(z) = z^2 - (2+6i)z$.

(I) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$ ، نعتبر $(\mathcal{H})$ مجموعة النقط M ذات اللحق z التي يكون من أجلها $P(z)$ عددا تخيليا صرفا .

① بين أن $x^2 - y^2 - 2x + 6y = 0$ معادلة ديكارتية للمجموعة $(\mathcal{H})$. — 0,50 ن

② بين أن $(\mathcal{H})$ هذلول و حدد مركزه و رأسيه و معادلتي مقاربيه في $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$. — 1,00 ن

③ تحقق أن النقطة O ، أصل المعلم ، تنتمي إلى المجموعة $(\mathcal{H})$ ثم أكتب في المعلم $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$ معادلة ديكارتية لمماس المنحنى $(\mathcal{H})$ في O . — 0,50 ن

④ أنشىء $(\mathcal{H})$ في المعلم $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$. — 0,75 ن

(II) ① حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 4 - 6i$. — 0,50 ن

② نضع $u = 1+5i$ و $v = 1+i$ و $\omega = 239 - i$ و $\alpha = Arctan\left(\frac{1}{5}\right)$ و $\beta = Arctan\left(\frac{1}{239}\right)$.

أ) تحقق أن : $u^4 \times v = 4\omega$. — 0,50 ن

ب) حدد بدلالة α عمدة العدد العقدي u و حدد بدلالة β عمدة العدد العقدي ω . — 0,75 ن

ج) استنتج أن : $4Arctan\left(\frac{1}{5}\right) - Arctan\left(\frac{1}{239}\right) = \frac{\pi}{4}$ — 0,50 ن

التمرين الرابع : (9,0 ن)

الجزء الأول في هذا الجزء : $n\epsilon\mathbb{N}$ بحيث $n \geq 3$.

نعتبر g_n الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بما يلي : $g_n(x) = nx + 2\ln x$

① ضع جدول تغيرات الدالة g_n . — 0,50 ن

② بين أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R}_+^*), \sqrt{x} > \ln x$. — 0,50 ن

③ أ) بين أن المعادلة $g_n(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α_n في $\mathbb{R}_+^*$. و أن : $\frac{1}{n} < \alpha_n < \frac{1}{\sqrt{n}}$ — 0,75 ن

ب) استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty} \alpha_n$ — 0,25 ن

الجزء الثاني

(I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي : $f(x) = \sqrt[3]{x}e^{-x}$.

ليكن $(\mathscr{C})$ التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ مع $(\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 3cm)$.

① أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة O ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها . — 0,50 ن

② أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا . — 0,50 ن

③ أ) بين أن : $(*) : (\forall x\epsilon]0,+\infty[) ; f'(x) = \left(\frac{1-3x}{3x}\right)f(x)$ — 0,25 ن

ب) ضع جدول تغيرات الدالة f . — 0,25 ن

④ أنشىء $(\mathscr{C})$ نأخذ : $f\left(\frac{1}{3}\right) \approx 0,5$ — 0,50 ن

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

(II) نضع : $I = \left[\frac{1}{3}; 1\right]$.

0,50 ن ① (أ) بين أن : $f(I) = I$.

0,50 ن (ب) باستعمال العلاقة $(*)$ ، بين أن : $(\forall x \epsilon I)\ , |f'(x)| \leq \frac{2}{3}$

0,50 ن (ج) بين أن : $\left[\left(f(x) = x \text{ و } x > 0\right) \Leftrightarrow x = \alpha_3\right]$

حيث α_3 هو حل المعادلة : $g_3(x) = 0$ الذي تم تعريفه في الجزء الأول.

② لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة بما يلي : $(\forall n \epsilon \mathbb{N})\ ;\ u_{n+1} = f(u_n)$ و $u_0 = \frac{1}{3}$

0,25 ن (أ) بين أن : $(\forall n \epsilon \mathbb{N})\ ;\ u_n \epsilon I$

0,25 ن (ب) بين أن : $(\forall n \epsilon \mathbb{N})\ ;\ |u_{n+1} - \alpha_3| = \frac{2}{3}|u_n - \alpha_3|$

0,25 ن (ج) استنتج أن : $(\forall n \epsilon \mathbb{N})\ ;\ |u_n - \alpha_3| = \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$

0,50 ن (د) بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة محددا نهايتها .

(III) لتكن F الدالة العددية المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي : $F(x) = \int_x^{8x} f(t)dt$

0,25 ن ① (أ) بين أن : F قابلة للإشتقاق على $[0, +\infty[$.

0,75 ن (ب) أحسب $F'(x)$ لكل x من $[0, +\infty[$ ثم استنتج تغيرات الدالة F .

0,50 ن ② (أ) بين أن : $(\forall x \epsilon \mathbb{R}^*)\ , 0 \leq F(x) \leq 2f(x)(1 - e^{-7x})$

0,25 ن (ب) استنتج : $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x)$

0,25 ن (ج) ضع جدول تغيرات الدالة F .

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma