

ملخص وقواعد في الرياضيات

مستوى: السنة الثانية من سلك البكالوريا

- شعبة التعليم الأصلي: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية
- شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية
- من انجاز: الأستاذ نجيب عثمانى أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تاهيلي

ملخص درس الاحتمالات

" ظهور رقم قابل للقسمة على 3 " C هو حدث آخر
يعني: $C = \{3; 6\}$

الحدث $A \cap B$ هو الحدث A و B ويقرأ تقاطع الحدثين A و B
 $A \cap B = \emptyset$ ونقول الحدثين A و B منفصلين أو غير منسجمين
 $A \cap C = \{6\}$

الحدث الابتدائي: كل حدث يحتوي على إمكانية واحدة يسمى حدثا
مثال: $A \cap C = \{6\}$ حدث ابتدائي.

الحدث $A \cup B$ هو الحدث A أو B . ويقرأ اتحاد الحدثين A و B
الحدث $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} = \Omega$ هو الحدث الأكيد
 $A \cup C = \{2; 3; 4; 6\}$

نعتبر الحدث التالي: " عدم ظهور رقم قابل للقسمة على 3 " D
الحدث $D = \{1; 2; 4; 5\}$ يسمى الحدث المضاد للحدث C

ونكتب $D = \bar{C}$

خاصية: ليكن Ω كون إمكانية تجربة عشوائية،
عند فرضية تساوي الاحتمالات فإنا احتمال حدث نرمز له

بالرمز $p(A)$ ولدينا: $p(A) = \frac{\text{Card} A}{\text{Card } \Omega}$ ولدينا أيضا:

$0 \leq p(A) \leq 1, A$ و لكل حدث $p(\emptyset) = 0$ و $p(\Omega) = 1$

ولكل حدث A لدينا $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

ولكل حدثين غير منسجمين A و B (أي $A \cap B = \emptyset$)

$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

ولكل حدثين A و B لدينا

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

مثال: A و B حدثان مرتبطان بنفس التجربة العشوائية بحيث:

$p(A) = 0,7$ و $p(B) = 0,4$ و $p(A \cap B) = 0,3$

أحسب: $p(\bar{A})$ و $p(\bar{B})$ و $p(A \cup B)$

الجواب: $p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0,7 = 0,3$

$p(\bar{B}) = 1 - p(B) = 1 - 0,4 = 0,6$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$= 0,7 + 0,4 - 0,3 = 0,8$

❖ وأنواع السحب:

• عند السحب بالتتابع وبدون إحلال نستعمل الرمز A_n^P

• عند السحب الآني نستعمل الرمز C_n^P

• عند السحب بالتتابع وإحلال نستعمل مبدأ الجداء

أنظر بعض الأمثلة في الصفحة 2

❖ تجربة عشوائية- مصطلحات:

نشاط 1: نذكر أن قطعة نقدية وجهين P و F

نرمي قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة

هذه التجربة لا يمكن توقع نتائجها مسبقا وبشكل أكيد ومنه تسمى
التجربة العشوائية: نسمي تجربة عشوائية كل تجربة لا يمكن توقع

نتائجها مسبقا.

ماهي نتائج هذه التجربة العشوائية؟

يمكن الحصول على: P أو F

P هي إمكانية و F هي إمكانية أخرى

إمكانية: كل نتيجة لتجربة عشوائية تسمى إمكانية.

اذن لهذه التجربة إكسيتين فقط اذن مجموعة الإمكانيات هي:

$\Omega = \{P; F\}$

كون الإمكانيات: مجموعة كل الإمكانيات لتجربة عشوائية تسمى كون

الإمكانيات و نرمز لها بالرمز Ω , و تسمى أيضا الحدث الأكيد.

أو تسمى فضاء الإمكانيات والكتابة: $\text{card}(\Omega) = 2$ (إكسيتين

فقط) نقرأ رئيسي المجموعة Ω

نشاط 2: نرمي قطعة نقدية غير مزيفة مرتين متتاليتين

ماهي نتائج هذه التجربة العشوائية؟

يمكن الحصول على: PP أو FF أو FP أو PF

PP هي إمكانية و FF هي إمكانية أخرى

اذن لهذه التجربة 4 إمكانيات فقط اذن مجموعة الإمكانيات هي:

$\Omega = \{PP; FF; PF; FP\}$

وهي فضاء الإمكانيات ولدينا: $\text{card}(\Omega) = 4$ (4 إمكانيات فقط)

يمكن لنا استعمال شجرة الإمكانيات للبحث عن كل الإمكانيات

❖ الاحتمالات و مصطلحات:

نشاط 4: نرمي نرد مكعب و وجوه السنة مرقمة من 1 إلى 6 واحدة
هو تجربة عشوائية و كون الإمكانيات المرتبط بهذه التجربة

هو: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

نعتبر: "الحصول على عدد زوجي" A يعني $A = \{2; 4; 6\}$

A جزء من الكون Ω ويسمى حدثا

الحدث: كل مجموعة مكونة من إمكانية أو أكثر (أي كل جزء من
كون Ω).

" ظهور رقم فردي " B هو حدث آخر يعني: $B = \{1; 3; 5\}$

❖ وأنواع السحب: أمثلة

مثال 1: يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كرات بيضاء و 3

كرات سوداء و كرتين حمراوين

نسحب عشوائيا من الصندوق كرة واحدة

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرة بيضاء " B و " سحب كرة سوداء " N و

سحب كرة حمراء " R و " عدم سحب كرة سوداء " D

(الجواب: 1) $card(\Omega) = 10$ وهو ببساطة عدد الكرات في الصندوق

$$(2) \quad p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = \frac{3}{10} \quad p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad \text{و}$$

$$p(R) = \frac{CardR}{Card\Omega} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

D هو الحدث المضاد للحدث N أي $\bar{N} = D$ ومنه

$$p(D) = p(\bar{N}) = 1 - p(N) = 1 - 0.3 = 0.7$$

مثال 2: يحتوي صندوق غير كاشف على أقراص مرقمة :

قرصان منهم يحملان الرقم 1 و ثلاث أقراص منهم يحملون الرقم 2 و

سبعة أقراص تحمل الرقم 4

نسحب عشوائيا من الصندوق قرصا واحدا

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب قرص يحمل الرقم 1 " A " سحب قرص يحمل الرقم

3 " B " سحب قرص يحمل رقم زوجي " C

" سحب رقم أصغر من أو يساوي 2 " D " سحب قرص

لا يحمل الرقم 1 " E

(الجواب: 1) $card(\Omega) = 12$ وهو ببساطة عدد الكرات في الصندوق

$$(2) \quad p(A) = \frac{CardA}{Card\Omega} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \quad p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = \frac{0}{12} = 0$$

$$p(D) = \frac{CardD}{Card\Omega} = \frac{5}{12} \quad p(C) = \frac{CardC}{Card\Omega} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

E هو الحدث المضاد للحدث A أي $\bar{A} = E$ ومنه

$$p(E) = p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

مثال 3: أحسب : $4!$ و C_7^4 و A_7^4

(الجواب: $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ و

$$C_7^4 = \frac{7!}{4!(7-4)!} = \frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = 35$$

$$A_7^4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$$

مثال 4: السحب تآبيا- التآليات

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء
نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق في آن واحد

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين " B " سحب كرتين حمراوين " R

" سحب كرتين من نفس اللون " M

" سحب كرتين من لون مختلف " D

$$(الجابة: 1) \quad = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{2!6!} = \frac{8 \times 7}{2!} = 28$$

$$card(\Omega) = C_8^2$$

$$(2) \quad p(R) = \frac{CardR}{Card\Omega} = \frac{C_5^2}{C_8^2} = \frac{10}{28} \quad p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = \frac{C_3^2}{C_8^2} = \frac{3}{28}$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10$$

سحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين بيضاوين أو كرتين

$$\text{حمراوين} \quad p(M) = \frac{CardM}{Card\Omega} = \frac{C_3^2 + C_5^2}{C_8^2} = \frac{3 + 10}{28} = \frac{13}{28}$$

D هو الحدث المضاد للحدث M أي $\bar{M} = D$ ومنه

$$p(D) = p(\bar{M}) = 1 - p(M) = 1 - \frac{13}{28} = \frac{15}{28}$$

مثال 5: السحب بدون إحلال- الترتيبات بدون تكرار

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء
نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين " B

" سحب كرتين سوداوين " N

$$(الجواب: 1) \quad card(\Omega) = A_7^2 = 7 \times 6 = 42$$

$$(2) \quad p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = \frac{A_3^2}{A_7^2} = \frac{3 \times 2}{7 \times 6} = \frac{1}{7}$$

$$p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = \frac{A_4^2}{A_7^2} = \frac{4 \times 3}{7 \times 6} = \frac{2 \times 2 \times 3}{7 \times 6} = \frac{2}{7}$$

مثال 6: السحب بإحلال- الترتيبات بتكرار:

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء
نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين " B " سحب كرتين سوداوين " N

$$(الجواب: 1) \quad card(\Omega) = 7 \times 7 = 7^2 = 49$$

$$(2) \quad p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = \frac{3 \times 3}{49} = \frac{9}{49}$$

$$p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = \frac{4 \times 4}{7 \times 7} = \frac{16}{49}$$