

تمرين 4: (2,5)

أحسب مشتقة الدالة المعرفة كالتالي : $g(x) = \frac{e^x - 4}{e^x - 2}$

الأجوبة:

نستعمل الخاصية التالية : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{(u)' \times (v) - (u) \times (v)'}{(v)^2}$

$$g'(x) = \left(\frac{e^x - 4}{e^x - 2}\right)' = \frac{(e^x - 4)' \times (e^x - 2) - (e^x - 4) \times (e^x - 2)'}{(e^x - 2)^2}$$

$$g'(x) = \frac{e^x \times (e^x - 2) - (e^x - 4) \times e^x}{(e^x - 2)^2} = \frac{e^x \times e^x - 2e^x - e^x \times e^x + 4e^x}{(e^x - 2)^2} = \frac{2e^x}{(e^x - 2)^2}$$

تمرين 5: (6) (0,5+0,5+0,5+0,5+0,5+0,5+0,5+0,5+0,5+0,5)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = e^x + 2x$
 (1) حدد D_f (2) أحسب $f(0)$ و $f(1)$ (أعط قيمة مقربة للنتائج)

(3) أحسب $f'(x)$ و بين أن الدالة f تزايدية قطعاً على D_f

(4) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ حدد جدول تغيرات الدالة f

الأجوبة:

$$f(0) = e^0 + 2 \times 0 = 1 + 0 = 1 \quad (2) \quad D_f = \mathbb{R}$$

$$f(1) = e^1 + 2 \times 1 = e + 2 \approx 2,7 + 2 = 4,7$$

$$f'(x) = (e^x + 2x)' = (e^x)' + (2x)' = e^x + 2 > 0 \quad (3)$$

لأن : $e^x > 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R})$ ومنه f تزايدية قطعاً على $\mathbb{R}$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + 2x = 0 + 2(-\infty) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + 2x = +\infty + 2(+\infty) = +\infty$$

(5) جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

تمرين 1: (3) (1,5+1,5)

$\log$ هو دالة اللوغاريتم العشري و علماً أن : $\log 3 \approx 0,5$ و

$$\log 7 \approx 0,8 \quad \log 21 \approx 1,3 \quad \log \left(\frac{3}{7}\right) \approx -0,8 \quad \log 70000 \approx 4,8$$

أجوبة: $\log(21) = \log(3 \times 7) = \log(3) + \log(7) \approx 0,5 + 0,8 \approx 1,3$

$$\log\left(\frac{3}{7}\right) = \log(3) - \log(7) \approx 0,5 - 0,8 \approx -0,3$$

$$\log(70000) = \log(7 \times 10000) = \log(7) + \log(10000) = \log(7) + \log(10^4)$$

$$\log(70000) \approx 0,8 + 4\log(10) = 0,8 + 4 \times 1 = 4,8$$

تمرين 2: (6) (1,5 لكل سؤال)

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$$(1) \quad e^{1-x} \times e^{2x} = e \quad (2) \quad e^{5x-3} = \frac{1}{e^{x-2}} \quad (3) \quad \frac{e^{7x-3}}{e^{x-1}} = e^{3x-5}$$

$$(4) \quad (e^x + 3)(e^x - 5) = 0$$

الأجوبة:

$$(1) \quad e^{1-x+2x} = e^1 \Leftrightarrow e^{1-x} \times e^{2x} = e \Leftrightarrow e^{1+x} = e^1 \Leftrightarrow x = 0$$

$$S = \{0\} \quad \text{ومنه } x = 0 \Leftrightarrow 1+x = 1 \Leftrightarrow e^{1+x} = e^1$$

$$(2) \quad e^{5x-3} = e^{-(x-2)} \Leftrightarrow e^{5x-3} = \frac{1}{e^{x-2}}$$

$$6x = 5 \Leftrightarrow 5x - 3 = -x + 2 \Leftrightarrow e^{5x-3} = e^{-x+2} \Leftrightarrow 6x = 5$$

$$S = \left\{\frac{5}{6}\right\} \quad \text{ومنه } x = \frac{5}{6}$$

$$(3) \quad e^{(7x-3)-(x-1)} = e^{3x-5} \Leftrightarrow \frac{e^{7x-3}}{e^{x-1}} = e^{3x-5}$$

$$7x - 3 - x + 1 = 3x - 5 \Leftrightarrow (7x - 3) - (x - 1) = 3x - 5$$

$$S = \{-1\} \quad \text{ومنه } x = -1 \Leftrightarrow 3x = -3 \Leftrightarrow x = -1$$

$$(4) \quad e^x + 3 = 0 \text{ أو } e^x - 5 = 0 \Leftrightarrow (e^x - 5)(e^x + 3) = 0$$

يعني $e^x = -3$ أو $e^x = 5$ ونعلم أن : $e^x > 0$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$

ومنه المعادلة $e^x = -3$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$

$e^x = 5$ تعني $x = \ln 5$ وبالتالي : $S = \{\ln 5\}$

تمرين 3: (3) (1,5+1,5)

أحسب النهايات التالية : (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^x - 3}{12e^x + 2}$ (2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 5}{e^x + 10}$

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 5}{e^x + 10} = \frac{0-5}{0+10} = -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2} \quad \text{لأن } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^x - 3}{12e^x + 2} = \frac{+\infty}{+\infty} \quad \text{ش غ م لأن } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^x - 3}{12e^x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x \left(3 - \frac{3}{e^x}\right)}{e^x \left(12 + \frac{2}{e^x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{3}{e^x}}{12 + \frac{2}{e^x}} = \frac{3-0}{12+0} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\text{لأن } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{e^x} = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{e^x} = 0$$