

لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$ أي $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

تمرين 4: (2,5)

أحسب مشتقة الدالة المعرفة كالتالي : $g(x) = \frac{e^x - 2}{e^x - 1}$

الأجوبة:

نستعمل الخاصية التالية : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{(u)' \times (v) - (u) \times (v)'}{(v)^2}$

$g'(x) = \left(\frac{e^x - 2}{e^x - 1}\right)' = \frac{(e^x - 2)' \times (e^x - 1) - (e^x - 2) \times (e^x - 1)'}{(e^x - 1)^2}$

$g'(x) = \frac{e^x \times (e^x - 1) - (e^x - 2) \times e^x}{(e^x - 1)^2} = \frac{e^x \times e^x - e^x - e^x \times e^x + 2e^x}{(e^x - 1)^2} = \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$

تمرين 5: (6) (ن1,5+ن0,5+ن0,5+ن0,5+ن1+ن0,5+ن0,5+ن0,5+ن1,5)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = e^x + 3x$
(1) حدد D_f (2) أحسب $f(0)$ و $f(1)$ (أعط قيمة مقربة للنتائج)

(3) أحسب $f'(x)$ و بين أن الدالة f تزايدية قطعاً على D_f

(4) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ حدد جدول تغيرات الدالة f

الأجوبة:

(1) $D_f = \mathbb{R}$ (2) $f(0) = e^0 + 3 \times 0 = 1 + 0 = 1$

$f(1) = e^1 + 3 \times 1 = e + 3 \approx 2,7 + 3 = 5,7$

(3) $f'(x) = (e^x + 3x)' = (e^x)' + (3x)' = e^x + 3 > 0$

لأن: $e^x > 0$ ($\forall x \in \mathbb{R}$) ومنه f تزايدية قطعاً على $\mathbb{R}$

(4) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + 3x = 0 + 3(+\infty) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + 3x = +\infty + 3(-\infty) = -\infty$

(5) جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

تمرين 1: (3) (ن1,5+ن1,5)

$\log$ هو دالة اللوغاريتم العشري و علماً أن $\log 2 \approx 0,3$ و $\log 11 \approx 1,1$

أحسب : $\log 22$ و $\log\left(\frac{2}{11}\right)$ و $\log 11000$

الأجوبة: $\log(22) = \log(2 \times 11) = \log(2) + \log(11) = 0,3 + 1,1 = 1,4$

$\log\left(\frac{2}{11}\right) = \log(2) - \log(11) = 0,3 - 1,1 = -0,8$

$\log(3000) = \log(3 \times 1000) = \log(3) + \log(1000) = 0,5 + \log(10^3)$

$\log(11000) = \log(11 \times 1000) = \log(11) + \log(1000) = \log(11) + \log(10^3)$

$\log(11000) = 1,1 + 3\log(10) \approx 1,1 + 3 \times 1 = 4,1$

تمرين 2: (6) (ن1,5 لكل سؤال)

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

(1) $e^{6x-4} = e^{2x-1}$ (2) $e^{6x-4} = \frac{1}{e^{2x-1}}$ (3) $e^{6x-4} = e^{2x-1}$

(4) $(e^x - 2)(e^x + 3) = 0$

الأجوبة:

(1) $e^{2-x+2x} = e^1 \Leftrightarrow e^{2-x} \times e^{2x} = e$

$S = \{-1\}$ ومنه $x = -1 \Leftrightarrow 2 + x = 1 \Leftrightarrow e^{2+x} = e^1 \Leftrightarrow$

(2) $e^{6x-4} = e^{-(2x-1)} \Leftrightarrow e^{6x-4} = \frac{1}{e^{2x-1}}$

$8x = 5 \Leftrightarrow 6x - 4 = -2x + 1 \Leftrightarrow e^{6x-4} = e^{-2x+1} \Leftrightarrow$

$S = \left\{\frac{5}{8}\right\}$ ومنه $x = \frac{5}{8} \Leftrightarrow$

(3) $e^{(6x-4)-(2x-1)} = e^{2x-1} \Leftrightarrow \frac{e^{6x-4}}{e^{2x-1}} = e^{2x-1}$

$6x - 4 - 2x + 1 = 2x - 1 \Leftrightarrow (6x - 4) - (2x - 1) = 2x - 1$

$S = \{1\}$ ومنه $x = 1 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow$

(4) $e^x + 3 = 0$ أو $e^x - 2 = 0 \Leftrightarrow (e^x - 2)(e^x + 3) = 0$

يعني $e^x = -3$ أو $e^x = 2$ ونعلم أن: $e^x > 0$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$

ومنه المعادلة $e^x = -3$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$

$e^x = 2$ تعني $x = \ln 2$ وبالتالي: $S = \{\ln 2\}$

تمرين 3: (3) (ن1,5+ن1,5)

أحسب النهايات التالية : (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 2}{e^x - 4}$ (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x + 1}{6e^x - 2}$

الأجوبة: (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 2}{e^x - 4} = \frac{0-2}{0-4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x + 1}{6e^x - 2} = \frac{+\infty}{+\infty}$ ش غ م

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x + 1}{6e^x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x \left(2 + \frac{1}{e^x}\right)}{e^x \left(6 - \frac{2}{e^x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{e^x}}{6 - \frac{2}{e^x}} = \frac{2-0}{6-0} = \frac{1}{3}$