

تصحيح الفرض المحروس رقم 1 B

تمارين:1: (13ن) 1 2 3 4 5 2ن	تمارين:2: (7ن) 1 لكل سؤال
نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي $U_{n+1} = 3U_n + 6$ و $\forall n \in \mathbb{N}$ $U_0 = 1$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي: $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = U_n + 3$ 1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1 2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ واستنتج أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 وحدددها الأول 3. أكتب v_n بدلالة n 4. استنتج u_n بدلالة n 5. أحسب النهايات التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ الأجوبة: (1) نعوض بـ 0 فنجد: $u_1 = 9$: إذن $u_{0+1} = 3 \times u_0 + 6 = 3 \times 1 + 6 = 3 + 6 = 9$ نعوض بـ 1 فنجد: $u_2 = 10$: إذن $u_{1+1} = 3 \times u_1 + 6 = 3 \times 9 + 6 = 33$ نعوض بـ 0 فنجد: $v_0 = u_0 + 3 = 1 + 3 = 4$ نعوض بـ 1 فنجد: $v_1 = u_1 + 3 = 9 + 3 = 12$ (2) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} + 3}{u_n + 3} = \frac{3u_n + 6 + 3}{u_n + 3} = \frac{3u_n + 9}{u_n + 3} = \frac{3(u_n + 3)}{u_n + 3} = 3 = q$ إذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ وحددها الأول $v_0 = 4$ (3) كتابة v_n بدلالة n: بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ وحددها الأول $v_0 = 4$ فإن: $v_n = 4 \times (3)^n$ (4) استنتج u_n بدلالة n لدينا: $v_n = u_n + 3$ إذن: $v_n - 3 = u_n$ أي: $u_n = 4 \times 3^n - 3$ (5) حساب النهايات التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 4 \times 3^n = +\infty$ لأن: $a = 3 > 1$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3)^n = +\infty$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 4 \times 3^n - 3 = +\infty$	أحسب النهايات التالية (1): $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2n^2 + 4n^3 + 3$ (2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^4 + 3n - 5}{n^2 - 2}$ (3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2 - 2n + 3}{n^4 - 1}$ (4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} - 5 \right) \left(\frac{3}{\sqrt{n}} - 2 \right)$ (5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n^2 + 4n - 2}{n^2 + 3}$ (6) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4^n - 6^n$ الأجوبة: (1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2n^2 + 4n^3 + 3 = \lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^3 = +\infty$ (2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^4 + 3n - 5}{n^2 - 2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^4}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2}{1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2 = +\infty$ (3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2 - 2n + 3}{n^4 - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2}{n^4} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4}{n^2} = 0$ (4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} - 5 \right) \left(\frac{3}{\sqrt{n}} - 2 \right) = (0 - 5)(0 - 2) = 10$ (5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n^2 + 4n - 2}{n^2 + 3} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n^2}{n^2} = 5$ (6) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4^n - 6^n = +\infty - \infty$ ش غ م $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4^n - 6^n = 4^n \left(1 - \frac{6^n}{4^n} \right) = 4^n \left(1 - \left(\frac{6}{4} \right)^n \right)$ لدينا: $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4^n = +\infty$ لأن: $4 > 1$ ولدينا: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{6}{4} \right)^n = +\infty$ لأن: $\frac{6}{4} = \frac{3}{2} > 1$ ومنه: $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4^n - 6^n = 6^n \left(1 - \left(\frac{6}{4} \right)^n \right) = +\infty (1 - \infty) = -\infty$