

Exercice 1 : Déterminer les fonctions primitives des fonctions suivantes:

$$a(x) = x^5 - 3x^4 + 3x^3 - 6x^2 + 8x - 1$$

$$b(x) = 15x^3(5x^4 - 3)^5 ; \quad c(x) = (3x - 2)^7 + 7$$

$$d(x) = (6x + 5)(3x^2 + 5x - 7)^3$$

$$e(x) = \frac{x-1}{(x^2 - 2x)^3} ; \quad f(x) = (x+2)\sqrt{x^2 + 4x + 5}$$

Exercice 2 : Déterminer les fonctions primitives des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{2}{5}x\sqrt{x} ; \quad g(x) = \frac{1}{x^2\sqrt{x}}$$

Exercice 3 :

On considère la fonction g définie par

$$g(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{(x+1)^2}$$

Déterminer les deux réels a et b tels que

$$g(x) = ax + \frac{b}{(x+1)^2}$$

Déterminer les fonctions primitives de la fonction g

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par: $f(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)^2}$

1. Déterminer toutes les primitives de la fonction f sur \mathbb{R}
2. Déterminer la primitive F de la fonction f qui vérifie $F(1) = 2$

Exercice 5 : Soit f la fonction définie sur $]-1; 1[$ par

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2}$$

a. Déterminer deux réels a et b tels que

$$f(x) = \frac{ax}{(x^2 - 1)^2} - \frac{b}{(x-1)^2}$$

- b. En déduire toutes les primitives de f sur $]-1; 1[$
- c. Déterminer la primitive F de la fonction f qui vérifie $F(0) = 1$

Exercice 6 :

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x^2(x-1)^{2018}$$

1. Déterminer a, b et c tels que :

$$x^2 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

2. En déduire les fonctions primitives de f

Exercice 7 :

Soit f la fonction définie sur $I =]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^4 - x^3 + 2x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)^2}$$

1. Montrer que f admet des fonctions primitives sur I
2. Déterminer deux réels a et b tels que pour tout x de I
3. On a $f(x) = \frac{ax}{(x^2 + 1)^2} + \frac{b}{x^2}$
4. En déduire les fonctions primitives de f sur I
5. Déterminer la fonction primitive de f sur I qui prend la valeur $\frac{5}{2}$ au point $\frac{1}{2}$

Exercice 8 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = |x| + |x-1|$$

Déterminer les fonctions primitives de f sur \mathbb{R}

Déterminer la fonction primitive F de la fonction f telle que $F(-1) = 1$

Exercice 9 : On considère la fonction f définie sur

$$I =]0; +\infty[\text{ par: } f(x) = x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

Déterminer la fonction primitive F de la fonction f sur I , telle que la courbe de F admet au point d'abscisse 1 une tangente qui passe par le point $A(2; 3)$

Exercice 10 : Une entreprise fabrique k unités (en millier) d'un produit A tel que $k \in [0; 15]$

Le cout marginal de ce produit est

$$C_m(k) = 3k^2 - 36k + 50 \text{ en dirhams}$$

1. Déterminer le cout total $C(k)$ sachant que le cout fixe est $C(0) = 200$ dh

On définit le cout moyen par $C_M(k) = \frac{C(k)}{k}$ tel que $k \in]0; 15]$

2. Exprimer $C_M(k)$ en fonction de k et montrer que

$$C'_M(k) = \frac{2(k-10)(k^2 + k + 10)}{k^2}$$

3. Dresser le tableau de variation de C_M

4. Quel est le nombre d'unité qu'il faut produire pour que le cout moyen soit minimal

5. Calculer le cout moyen minimal et le cout marginal associé