

Exercice 1 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $\ln(x-2) > \ln(3-x)$ b) $\ln(3-x) < 0$

Exercice 2 :

Dans chacun des cas suivants, préciser le domaine de définition de f et calculer sa dérivée

$f(x) = \ln(x+4)$; $f(x) = \ln x + 4$;

$f(x) = \ln(x^2 + 4)$;

$f(x) = \ln\left(\frac{1}{x+4}\right)$; $f(x) = \ln|x+4|$

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

Déterminer toutes les primitives de la fonction f sur \mathbb{R}

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur $] -1; 1[$ par $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

a. Déterminer deux réels a et b tels que

$$f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

b. En déduire toutes les primitives F de f sur $] -1; 1[$

c. Déterminer la primitive F_0 de la fonction f qui vérifie $F_0(0) = 1$

Exercice 5 :

Dans chacun des cas suivants, donner un intervalle sur lequel f a des primitives, et donner une primitive de f

$f(x) = \frac{1}{2x-3}$; $f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$; $f(x) = \frac{\ln x}{x}$; $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$

Exercice 6 :

Simplifier les expressions suivantes :

$\ln 2 + \ln \frac{1}{2}$; $\ln 2 + \ln 4 - \ln 8$; $\ln\left(\frac{1}{3}\right) + 2 \ln \sqrt{3}$;

$\ln(2 + \sqrt{3}) + \ln(2 - \sqrt{3})$

Exercice 7 :

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par

$f(x) = \ln x - \sqrt{x}$

Etudier le signe de $f(x)$.

Exercice 8 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et les inéquations suivantes :

$\ln x \leq 1$; $\ln x = 2$; $3 - \ln x \leq 8$; $\ln(2x+1) = 1$

$\ln(x^2) = -1$; $\ln(x(x+1)) = 0$;

$\ln x + \ln(x+1) = 0$

Exercice 9 :

Déterminer les limites suivantes :

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2} - \ln x$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x^2+1}{3+2x^2}\right)$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x \ln x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x \ln x}$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \ln x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \ln x}{x}$

Exercice 10 :

Déterminer les limites suivantes :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2 x}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{2} \ln x$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3 \ln x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x \ln^2 x}$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} (x \ln(x^2 - x))$

Exercice 11 :

Soit f la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$

Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. En déduire les asymptotes à sa courbe (Cf)

Dresser le tableau de variation de f

Tracer (Cf) ainsi que sa tangente au point d'abscisse e

Exercice 12 :

Dans tous les cas suivants, étudier et représenter graphiquement la fonction f :

a) $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

b)
$$\begin{cases} f(x) = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

c) $f(x) = \ln|x^2 - 3x + 2|$

Exercice 13 :

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$\text{Log}(x-2) + \text{Log}(x+3) = 2$

2. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système :
$$\begin{cases} x + y = 65 \\ \text{Log } x + \text{Log } y = 3 \end{cases}$$

Exercice 14 :

On considère la suite (u_n) définie par :

$u_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ pour tout n de \mathbb{N}^*

a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n > 0$

b) Etudier les variations de (u_n) , déduire quelle est convergente

c) Calculer la limite de (u_n)