Rappel sur les suites : Programme de la première BAC

Soit I une partie de $\mathbb{N}$, $I=\{n\in\mathbb{N}/n\geq n_0\}$ .Une suite u, est une application de I vers $\mathbb{R}$.
On pose $u(n)=u_n$ .la suite u est alors notée $(u_n)_{n\in I}$ ou $(u_n)_{n\geq n_0}$

$(u_n)_{n\in I}$ est minorée $\Leftrightarrow$ $(\exists m\in\mathbb{R})(\forall n\in I):\ u_n\geq m$	$(u_n)_{n\in I}$ est majorée $\Leftrightarrow$ $(\exists M\in\mathbb{R})(\forall n\in I):\ u_n\leq M$	$(u_n)_{n\in I}$ est bornée $\Leftrightarrow$ $(u_n)_{n\in I}$ est minorée et majorée
$(u_n)_{n\in I}$ est croissante $\Leftrightarrow$ $\forall n\in I;\ u_{n+1}\geq u_n$	$(u_n)_{n\in I}$ est décroissante $\Leftrightarrow$ $\forall n\in I;\ u_{n+1}\leq u_n$	$(u_n)_{n\in I}$ est constante $\Leftrightarrow$ $\forall n\in I;\ u_{n+1}=u_n$

Suites arithmétiques

Définition

- ❖ (u_n) est une suite arithmétique si et seulement si il existe un réel r tel que

$$(\forall n\in\mathbb{N});\quad u_{n+1}=u_n+r$$

- ❖ (u_n) est arithmétique $\Leftrightarrow$ $(u_{n+1}-u_n)$ est constante

Expression de u_n en fonctions de n

- Si la suite (u_n) est arithmétique de premier terme u_0

et de raison r , pour tout entier naturel n
$u_n=u_0+nr$

- Les suites arithmétiques sont les suites de la forme $(an+b)_{n\in\mathbb{N}}$ où a et b sont deux réels
- Pour tous entiers naturels n et p ,
  $u_n=u_p+(n-p)r$

Suites arithmétiques et moyennes arithmétiques

- Pour tout entier naturel n non nul

$$u_{n+1}+u_{n-1}=2u_n \text{ et } u_n=\frac{u_{n+1}+u_{n-1}}{2}$$

Somme de terme consécutif d'une suite arithmétique

- Pour tout entier naturel n non nul

$$1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

- Pour tous entiers naturels n et p tel que $p\leq n$,

$$u_p+u_{p+1}+\cdots+u_n=\frac{(n-p+1)(u_p+u_n)}{2}$$
$$=\frac{(nbre\ de\ terme)\times(1er\ terme+dernier\ terme)}{2}$$

Suites géométriques

Définition

- ❖ (u_n) est une suite géométrique si et seulement si il existe un réel q tel que,

$$(\forall n\in\mathbb{N});\quad u_{n+1}=q\times u_n$$

- ❖ Si la suite (u_n) ne s'annule pas, alors
  (u_n) est géométrique $\Leftrightarrow$ $\left(\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\right)$ est constante

Expression de u_n en fonctions de n

- Si la suite (u_n) est géométrique de premier terme u_0

et de raison q , pour tout entier naturel n ,
$u_n=u_0\times q^n$

- les suites géométriques sont les suites de la forme $(a\times b^n)_{n\in\mathbb{N}}$ où a et b sont deux réels
- Pour tous entiers naturels n et p ,
  $u_n=u_p\times q^{n-p}$

(Pour $q\neq 0$ si $n\leq p$)

Suites géométriques et moyennes géométriques

- Pour tout entier naturel n non nul ,

$u_{n+1}\times u_{n-1}=u_n^2$ et $u_n=\sqrt{u_{n+1}\times u_{n-1}}$

(Si (u_n) est une suite positive)

Somme de terme consécutif d'une suite géométrique

- Pour tout entier naturel n et tout nombre réel q

$$1+q+q^2+\cdots+q^n=\begin{cases}\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q} & si\ \ q\neq 1\\ n+1 & si\ \ q=1\end{cases}$$

- Pour tous entiers naturels n et p tel que $p\leq n$,

$$u_p+u_{p+1}+\cdots+u_n=u_p\frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}\quad (si\ \ q\neq 1)$$
$$=(1er\ terme)\times\frac{1-q^{nbre\ de\ terme}}{1-q}$$