

Exercice 01 :

Soit f une fonction définie comme de suit : $f(x) = x^2 + x + \sqrt{x}$

- 1) Déterminer D_f et calculer les limites dans ses bornes.
- 2) Montrer que f est continue sur D_f .
- 3) Étudier la dérivabilité de f en $x_0 = 0$, et donner une interprétation géométrique.
- 4) Calculer $f'(x) \forall x \in]0; +\infty[$, et donner le tableau de variation de f .
- 5) Étudier les branches infinies de C_f .
- 6) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} , définie de J vers $I =]0; +\infty[$.
- 7) Tracer la courbe de f dans un repère orthonormé.
- 8) La courbe $C_{f^{-1}}$ de f^{-1} est la symétrie de C_f par rapport à la droite $(\Delta): y = x$, tracer la droite (Δ) puis la courbe $C_{f^{-1}}$.

Exercice 02 :

On considère la fonction g définie comme de suit : $g(x) = -2x^3 + 6x + 1$

- 1) Déterminer D_g et calculer les limites dans ses bornes.
- 2) Montrer que g est continue sur D_g .
- 3) Étudier les branches infinies de C_g .
- 4) Calculer $g'(x) \forall x \in \mathbb{R}$, puis donner le tableau de variation de g et déterminer ses extremums.
- 5) Montrer que l'équation $g(x) = 2$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[-2; 2]$.
- 6) Calculer $g''(x) \forall x \in \mathbb{R}$, puis déterminer le point d'inflexion de g et donner le tableau de sa concavité.
- 7) Tracer la courbe C_g dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 8) Déterminer graphiquement, le nombre des solutions de l'équation $g(x) = 0$.

Exercice 03 : Soit la fonction $f : x \rightarrow 2x^4 - 4x^2 + 1$

C désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement les résultats.
- 2- a- Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et que $f'(x) = 8x(x^2 - 1)$
b- Dresser le tableau de variation de f .
- 3- Tracer la courbe C dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})
- 4- Déterminer graphiquement, suivant les valeurs du réel k , le nombre de solutions de l'équation: $f(x) = k$.
- 5- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 1$, et en déduire les solutions de l'inéquation $f(x) > 1$.

Exercice 04 :

Soient la fonction $f : x \rightarrow \sqrt{x^2 + 2x + 3}$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

- 1- a- Montrer que f est définie sur \mathbb{R} .
b- Vérifier que la droite $(\Delta): x = -1$ est un axe de symétrie de la courbe C .
- 2- a- Montrer que f est continue et dérivable sur \mathbb{R} et que:
$$f'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$$

b- Préciser le sens de variation de f sur $[-1; +\infty[$.
c- Prouver que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
d- Dresser le tableau de variation de f sur \mathbb{R} .
- 3- a- Vérifier que $f(x) - (x+1) = \frac{2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + (x+1)}$.
b- En déduire que la droite $D: y = x+1$ est asymptote à la courbe C au voisinage de $+\infty$.
c- Vérifier que $f(x) - (-x-1) = \frac{2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + (-x-1)}$.
d- En déduire que la droite $D': y = -x-1$ est asymptote à la courbe C au voisinage de $-\infty$.
- 4- Tracer les droites D et D' , puis la courbe C .