Dans tout ce qui suit, Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

Exercice 01 :

Déterminer les branches infinies de la courbe (Cf) d'une fonction f dans les cas suivants :

$$f(x)=x+\frac{1}{x^2+1}\quad;\quad f(x)=\sqrt{x+1}\quad;$$
$$f(x)=x+\sqrt{x^2+x+1}\quad;\quad f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$$

Exercice 02 :

Déterminer les branches infinies de la courbe (Cf) d'une fonction f dans les cas suivants :

$$f(x)=x\sqrt{x-2}\quad;\quad f(x)=\sqrt{x+2}-x\quad;$$
$$\begin{cases} f(x)=x^2+x & si\quad x\leq 0\\ f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+x}} & si\quad x>0\end{cases}$$

Exercice 03 :

Etudier la convexité de la courbe représentative de la fonction f dans les cas suivants :

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+1\quad;\quad f(x)=\sqrt{x^2+1}-x$$
$$;\ f(x)=\frac{x^2+x+3}{x+2}$$

Exercice 04 :

Etudier la convexité de la courbe représentative de la fonction f dans les cas suivants :

$$f(x)=\sqrt{2x-2}+x\quad;\quad f(x)=16\sqrt{x-1}+x^2\quad;$$
$$f(x)=x+\frac{1}{x^2+1}\quad;\quad f(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{x+1}-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$$

Exercice 05 :

Etudier la convexité de la courbe représentative de la fonction f et déterminer les points d'inflexion (s'ils existent) dans les cas suivants :

$$f(x)=\frac{x}{3x^2+3}\quad;\quad f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-4x+1\quad;$$
$$f(x)=(x-1)\sqrt{x-1}$$

Exercice 06 :

Déterminer le centre de symétrie de la courbe représentative de la fonction f dans les cas suivants:

a. $f(x)=4x^3+x^5$; **b.** $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+7}-1}{x^3+x}$

Exercice 07 :

Vérifier que le point I est un centre de symétrie de la courbe de f dans les cas suivants:

a) $f(x)=x^3-3x+2$ et $I(0;2)$

b) $f(x)=\dfrac{5x+1}{1-2x}$ et $I\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{5}{2}\right)$

c) $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$ et $I(-1;-2)$

Exercice 08 :

Déterminer l'axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction f dans les cas suivants:

a. $f(x)=x^2-4x+1$; **b.** $f(x)=x^4+\sqrt{x^2+1}$;

c. $f(x)=\dfrac{2}{x^2+3x-4}$

Exercice 09 :

Soit f une fonction définie par : $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+2-x^2}$

a. Déterminer le point d'inflexion de la courbe représentative de f

b. Montrer que ce point est un centre de symétrie de la courbe représentative de f

Exercice 10 :

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\sqrt{x^2-1}-x-3$

Et soit (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1. Déterminer Df , l'ensemble de définition de f
2. Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$
3. Etudier les branches infinies de la courbe (Cf)
4. Etudier la dérivabilité de f à droite de 1 et à gauche de -1 .Puis donner des interprétations graphique aux résultats.
5. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $Df\setminus\{-1;1\}$. puis dresser le tableau de variation de f
6. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution α telle que $-2<\alpha<-\dfrac{3}{2}$
7. Construire la courbe (Cf) (l'unité est $1\,cm$)
8. Montrer que la restriction g de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty;-1[$, admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera