

النهايات والاتصال

I. اتصال دالت في x_0 :

1. f دالة متصلة في x_0 $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

2. f متصلة في $x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$

3. f متصله على مجال I اذا كانت متصله على جميع نقط I .

4. تكون f متصلة على المجال $[a; b]$ إذا كانت متصلة على مجال مفتوح $]a; b[$

ومتصلة على يمين a وعلى يسار النقطة b .

5. الدوال الحدودية متصلة على $\mathbb{R}$ والدوال الجذرية متصلة على حيز تعريفها .

6. الدوال $\cos$ و $\sin$ متصلت على $\mathbb{R}$ و tg متصلة على $\mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$.

II. العمليات على الدوال المتصلة

○ إذا كانت f و g متصلت على مجال I فإن الدوال $f + g$ و $f \times g$ و kf متصلت على I

مع $(\kappa \in \mathbb{R})$ وكذلك $\frac{1}{g}$ و $\frac{f}{g}$ متصلة على I مع $(g \neq 0)$

○ إذا كانت f متصلة على مجال I و g متصلة على مجال J حيث $f(I) \subset J$ فان

الدالة $g \circ f$ متصلة على مجال I

○ إذا كانت $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$ فإن الدالة المعرفة بما يلي : $\begin{cases} g(x) = f(x) \\ g(x_0) = \ell \end{cases}$ متصلة في x_0

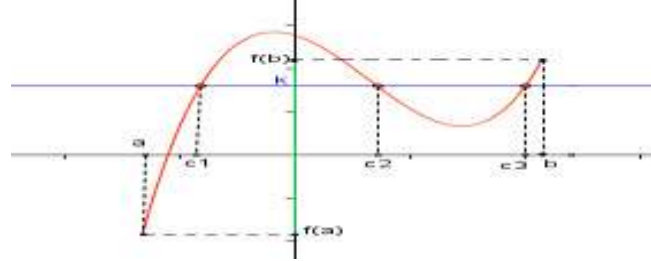
ويسمى التمديد بالاتصال للدالة f في x_0 ولدينا $D_g = D_f \cup \{x_0\}$

الدالة العكسية

III. مبرهنة القيم الوسطية :

f دالة متصلة على المجال $[a; b]$

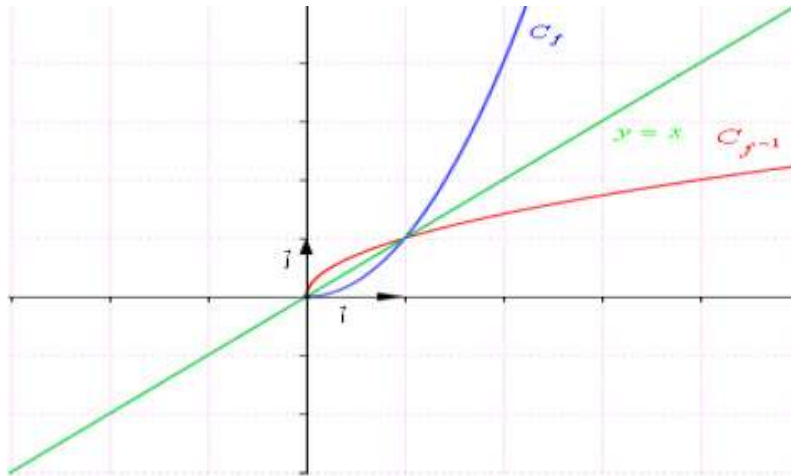
1. k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ $\Leftrightarrow \exists c \in [a; b] \quad f(c) = k$



2. $f(a) \cdot f(b) < 0 \Leftrightarrow$ المعادلة $f(x) = 0$ لها حل في المجال $]a; b[$

إذا كانت f دالة متصلة ورتيبة قطعاً على I فإن:

1. f تقبل دالة عكسية من المجال I نحو $f(I)$.
2. الدالة f^{-1} لها نفس تغيرات الدالة f على المجال $f(I)$.
3. f^{-1} متصلة على $f(I)$.
4. (C_f) و $(C_{f^{-1}})$ متماثلان بالنسبة للمنصف الأول للمعلم $(y = x)$.



IV. خصائص

f متصلة ورتيبة قطعاً على المجال I

$$1. \quad f^{-1}(x) = y \text{ و } x = f(y) \Leftrightarrow x \in f(I) \text{ و } y \in I$$

$$2. \quad f \circ f^{-1}(x) = x \quad \forall x \in f(I)$$

$$\text{و } (\forall x \in I) f^{-1} \circ f(x) = x$$

$$3. \quad M^{-1}(y; x) \in (C_{f^{-1}}) \Leftrightarrow M(x; y) \in (C_f)$$

V. تحديد صورة مجال :

- لتحديد صورة المجال يجب التمييز بين تزايدية و تناقصية الدالة ومراعاة للمجال المغلق والمفتوح :

المجال	f تزايدية قطعاً	f تناقصية قطعاً
$[a, b]$	$[f(a); f(b)]$	$[f(b); f(a)]$
$]a, b[$	$]f(a); f(b)[$	$]f(b); f(a)[$
$]a, b[$	$]f(a); f(b)[$	$]f(b); f(a)[$
$[a, +\infty[$	$[f(a); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$	$] \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); f(a)[$
$] -\infty, a[$	$] \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)[$	$] \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)[$
$] -\infty, +\infty[$	$] \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$	$] \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)[$