المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2022
– الموضوع –

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SS | RS 26F

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	2
الشعبة أو المسلك	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية	المعامل	4

Instructions au candidat(e)	تعليمات للمترشح(ة)
Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.	**هام: يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.**
Le document que vous avez entre les mains est de 4 pages : la première est réservée aux recommandations.	تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات: الأولى منها خاصة بالتوجيهات.
• Répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;	• يتعين عليك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
• L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé ;	• يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
• <u>Vous devez justifier les résultats</u>	• <u>ينبغي عليك تعليل النتائج؛</u>
• Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez, mais veuillez numéroter les exercices et les questions ;	• يمكنك الإجابة عن التمارين وفق الترتيب الذي تختاره(تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛
• Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible ;	• ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
• Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction ;	• يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛
• Eviter l'écriture au stylo rouge ;	• يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
• Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.	• تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

Exercice n°1:(4.5pts)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **la suite numérique définie par :** $u_0=\dfrac{1}{2}$ **et** $u_{n+1}=\dfrac{3u_n}{2u_n+1}$ **pour tout** n **de** IN

0.5 **1. Calculer** u_1 **et** u_2

0.5 **2.a. Montrer par récurrence que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $u_n>0$

0.5 **2.b. Montrer par récurrence que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $u_n<1$

0.5 **3.a. Vérifier que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $u_{n+1}-u_n=\dfrac{2u_n(1-u_n)}{2u_n+1}$

0.25 **3.b. En déduire que** $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **est une suite croissante.**

0.25 **3.c. Déduire de ce qui précède que la suite** $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **est convergente.**

4. On pose pour tout n **de** $\mathbb{N}$ **:** $v_n=\dfrac{1}{u_n}-1$

0.25 **4.a. Calculer** v_0

0.5 **4.b. Montrer que** $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **est une suite géométrique de raison** $\dfrac{1}{3}$

0.5 **4.c. Exprimer** v_n **en fonction de** n

0.25 **5.a. Montrer que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $u_n=\dfrac{1}{v_n+1}$

0.25 **5.b. Déduire de ce qui précède que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $u_n=\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{3}\right)^n+1}$

0.25 **5.c. Calculer** $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

Exercice n°2:(11pts)

Partie I

On considère la fonction numérique g **de la variable réelle** x **définie sur** $]0;+\infty[$ **par :**

$$g(x)=x^2+2-2\ln x$$

1 **1. Montrer que** $g'(x)=2\left(\dfrac{x^2-1}{x}\right)$

1 **2. En déduire que** g **est strictement décroissante sur** $]0;1]$ **et que** g **est strictement croissante sur** $[1;+\infty[$

0.25 **3.a. Calculer** $g(1)$

0.25 **3.b. Dresser le tableau de variations de** g **(Le calcul des limites aux bornes n'est pas demandé)**

0.5 **3.c. En déduire que** $g(x)\geq 3$ **pour tout** x **de** $]0;+\infty[$

Partie II

On considère la fonction numérique f **de la variable réelle** x **définie sur** $]0;+\infty[$ **par :**

$$f(x)=x+1+\frac{2\ln x}{x}$$

et soit (C_f) **sa courbe représentative dans un repère orthonormé** $(O;\vec{i};\vec{j})$

1 **1. Calculer** $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} f(x)$ **et donner une interprétation géométrique du résultat.**

0.5 **2.a. Calculer** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

0.5 **2.b. Calculer** $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x) - (x+1) \right)$

0.25 **2.c. Donner une interprétation géométrique du résultat**

1 **3.a. Montrer que** $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ **pour tout** x **de** $]0;+\infty[$

0.5 **3.b. Déduire que** f **est strictement croissante sur** $]0;+\infty[$

0.5 **3.c. Dresser le tableau de variations de** f

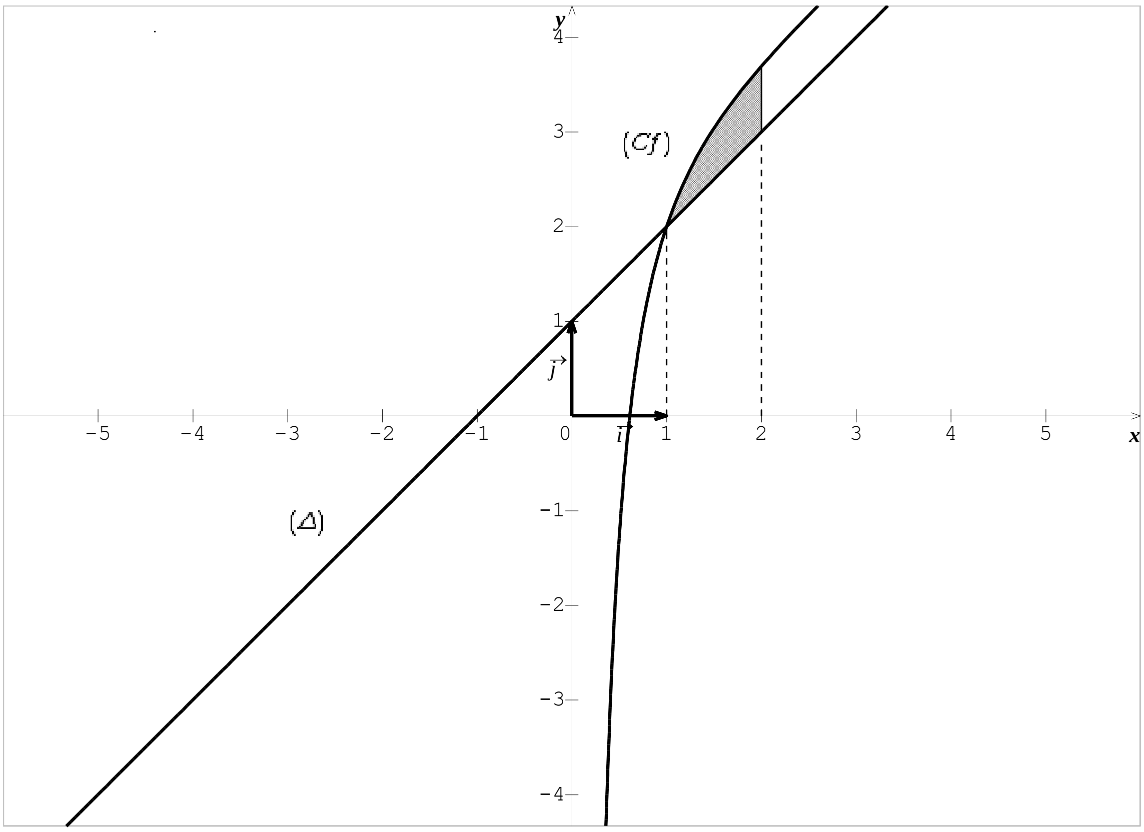
1 **4.a. Montrer que** $f''(x) = \dfrac{2}{x^3}(-3+2\ln x)$ **pour tout** x **de** $]0;+\infty[$

1 **4.b. En déduire que la courbe** (C_f) **admet un point d'inflexion d'abscisse** $e\sqrt{e}$

5. Dans la figure ci-dessous (C_f) **est la courbe représentative de** f **et** (Δ) **la droite d'équation** $y = x+1$ **dans le repère orthonormé** $(O;\vec{i};\vec{j})$

1 **5.a. Montrer que** $\int_1^2 \dfrac{\ln x}{x} dx = \dfrac{1}{2}(\ln 2)^2$

0.75 **5.b. En déduire l'aire de la partie hachurée**



Exercice n°3:(4.5pts) **(On donnera les résultats sous forme de fraction)**

Une urne contient six jetons rouges portant les numéros : 1, 2, 2, 2, 3, 3 et quatre jetons verts portant les numéros : 2, 2, 2, 3 (Tous les jetons sont indiscernables au toucher).
On tire simultanément au hasard trois jetons de l'urne.
On considère les événements suivants :

A **: « Les jetons tirés portent le même numéro »**
B **: « Les jetons tirés sont de même couleur »**

0.5 **1. Montrer que le nombre de tirages possibles est égal à** 120

0.75 **2.a. Montrer que** $p(A)=\dfrac{7}{40}$

0.75 **2.b. Calculer** $p(B)$

1 **2.c. Calculer la probabilité de tirer trois jetons de même couleur sachant qu'ils portent le même numéro.**

0.5 **2.d. Les événements** A **et** B **sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.**

1 **3. Soit** X **la variable aléatoire qui correspond au nombre de couleurs obtenues à chaque tirage.**
Calculer $p(X=1)$ **et** $p(X=2)$