

تمرين (1) : (5 ن)

(1) اعط القيمة العددية المبسطة لكل من العددين التاليين :

$$b = \frac{\ln 2 + \ln 5 - \ln 7}{\ln 10 - \ln 49}$$

$$a = \ln(4 - \sqrt{15}) + \ln(4 + \sqrt{15}) + \ln(e^2) + \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$(2) \text{ أ - حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$\text{ب - استنتج حلول المعادلتين: } \ln x - 3 \ln x + 2 = 0 ; \frac{-\ln x + 3 \ln x - 2}{x - e} = 0$$

$$\text{ج - حل المتراجحة: } \ln x > 3 \ln x - 2$$

تمرين (2) : (4 ن)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي : $g(x) = x + \ln(x+1)$

(1) أ - حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g - ثم احسب $g(0)$ و $g(e-1)$

ب - احسب $g'(x)$ - ثم استنتج أن الدالة g تزايدية قطعية D_g

(2) أ - برهن أن : $g(x) < 0$ $\forall x \in]-1, 0[$ و $g(x) > 0$ $\forall x \in]0, +\infty[$

ب - حل المعادلة : $g(x) = x + 1$

تمرين (3) : (6 ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي $u_0 = 0$ وكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n + 5}$

(1) أ - تحقق أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+2} = 3 \frac{u_{n+1} + 2}{u_{n+1} + 5}$ - ثم برهن أن : $u_n > -2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

ب - قع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\frac{(u_n + 2)^2}{u_n + 5}$ - واستنتج رتبة المتتالية (u_n)

ج - بين أن المتتالية (u_n) متقاربة :

$$(2) \text{ نضع لكل } n \text{ من } \mathbb{N} : v_n = \frac{1}{u_n + 2}$$

أ - بين أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها الحد $\frac{1}{3}$

ب - استنتج أن $(\forall n \in \mathbb{N}) v_n = \frac{2n+3}{6}$

ج - بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n = \frac{-4n}{2n+3}$ - ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين (4) : (5 ن)

لتكن f الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x - 1$

(1) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم اؤول هندسيا النتيجة الأخيرة :

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ (أ خط أن $f(x) = \frac{1+x \ln x}{x}$) ثم اؤول هندسيا النتيجة المحل عليها

(2) أ - تبين أن : $f'(x) = x - 1$ $\forall x \in]0, +\infty[$ - ثم رفع جدول تغيرات الدالة f

ب - أ نسط المنحنى (C_f) في معلم متعامد مضلع $(\vec{x}, \vec{y})$

ج - حدد (معطى جوابك) عدد حلول المعادلة : $x \ln x = 2017x - 1$