

تمرين (1) : (4,5 ن) 1,5x3
احسب التكاملات التالية : $I = \int_0^1 (2x-1)(x^2-x+1)^4 dx$; $J = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x}{x^2+1} dx$; $K = \int_0^{\ln 3} \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} dx$

تمرين (2) : (3,5 ن)

أ - بين أن لكل x من $]-2; +\infty[$: $\frac{x^2}{x+2} = x - 2 + \frac{4}{x+2}$ 0,5
ب - بين أن : $\int_0^1 \frac{x^2}{x+2} dx = 4\ln 2 - \frac{5}{2}$ 1,5
ج - باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_{-1}^0 x \ln(x+2) dx = \frac{1}{4}(8\ln 2 - 5)$ 1,5

تمرين (3) : (12 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = (x+1)e^x - 1$

(1) أ - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -1$ 0,75
ب - بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $g'(x) = (x+2)e^x$ واستنتج أن الدالة g تزايدية على $[-2; +\infty[$ وتناقصية على $]-\infty; -2]$ ثم ضع جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$ 2

(2) احسب $g(0)$ واستنتج أن لكل x من $]-\infty; 0[$: $g(x) < 0$ ، ولكل x من $]0; +\infty[$: $g(x) > 0$ 1,25
(II) لنكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = xe^x - x$ وليكن (C) منحناها الممثل في معلم متعامد منظم $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (0, 1 cm) $(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm})$

(1) أ - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ 1
ب - بين أن المستقيم (D) الذي معادلتي : $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$ وأن (C) تحت (D) على المجال $]0; +\infty[$ 1,5

ج - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم اعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة 1
(2) أ - بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ واستنتج أن الدالة f تزايدية على $]0; +\infty[$ وتناقصية على $]-\infty; 0]$ 1,5

ب - أنشئ المنحنى (C) والمستقيم (D) 1

(3) أبين أن الدالة $F : x \mapsto F(x) = (x-1)e^x - \frac{1}{2}x^2$ أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ 1

ب - احسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفايل والمستقيمين اللذين معادلتهما : $x=0$ و $x=1$ 1

“ Avant de savoir lire et écrire, l'homme a su calculer ”