LAE فرض محروس رقم 1

## التمرين الأول

المستوى المركب منسوب إلى م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة

$$(E)\quad z^3-(1+i\sqrt{3})z^2+z-(1+i\sqrt{3})=0$$

علما أنها تقبل حلين تخيليين صرفين $z_1$ و $z_2$

مع $Im(z_1)>0$. نضع $z_3$ الحل الثالث للمعادلة $(E)$

2- أكتب $z_1$ و $z_2$ و $z_3$ و $2z_1+z_3$ على الشكل المثلثي

3- نعتبر النقط $A(z_1)$ و $B(z_3)$ و $C(-z_3)$

بين أن: $ABOC$ متوازي الأضلاع.

4- نعتبر التطبيق $f$:

$$f:\mathbb{P}\longrightarrow\mathbb{P}$$
$$M(z)\mapsto M'(z') \;/\; z'=-(\sqrt{3}+i)z-1+i(1+\sqrt{3})$$

أ- أكتب: $\frac{z'-i}{z-i}$ على الشكل الأسي

ب- إستنتج أن $f$: مركب تحويلين في المستوى محددا عناصرهما المميزة.

ج- نضع: $M_0\left(\frac{\sqrt{3}}{4}z_3\right)$، أحسب: $OM_0$ وحدد قياس: $(\vec{i},\widehat{\vec{OM_0}})$

5- نضع $\forall n\in\mathbb{N}$، $z_n$ لحقة $M_n$ حيث $M_{n+1}=f(M_n)$

أ- مثل في الشكل: $O$، $M_0$، $M_1$، $M_2$ و $M_3$

ب- بين أن: $\forall n\in\mathbb{N}$, $z_n-i=2^n.e^{i\frac{7\pi n}{6}}(z_0-i)$

ج- أحسب المسافة $d_n=OM_n$ ثم حدد أصغر عدد طبيعي $n$ بحيث $d_n\geq 10^2$

## التمرين الثاني

$n\in\mathbb{N}^*$، $f_n(0)=0$ و $f_n(x)=xe^{-\frac{1}{nx}}$، $x>0$

1-أ- بين أن $f_n$ متصلة وقابلة للإشتقاق في $0$ على اليمين

ب- أدرس تغيرات $f_n$ وأعط جدول تغيراتها

2-أ- بين أن: $\forall x\geq 0,\ 0\leq 1-e^{-x}\leq x$

ب- بإستنتج أن: $\forall x\geq 0,\ 0\leq e^{-x}-1+x\leq\frac{x^2}{2}$

ج- إستنتج أن: $\forall x>0\quad 0\leq f_n(x)-(x-\frac{1}{n})\leq\frac{1}{2n^2x}$

3- أدرس الفروع اللانهائية لـ $\mathcal{C}_{f_n}$ بجوار $+\infty$

4- أدرس الوضع النسبي لـ $\mathcal{C}_{f_{n+1}}$ و $\mathcal{C}_{f_n}$

5- أنشئ في نفس المعلم $\mathcal{C}_1$ و $\mathcal{C}_2$

6- بين أن المعادلة $xe^{-\frac{1}{nx}}=1$ تقبل حلا وحيدا $\alpha_n$ في $]0,+\infty[$ ثم بين أن $1<\alpha_n<2$

7- بين أن $\alpha_n$ حل للمعادلة: $x\ln x=\frac{1}{n}$

8-أ- أدرس تغيرات الدالة: $h(x)=x\ln x$ على $[1,+\infty[$

ب- بين أن $(\alpha_n)$ تناقصية

ج- بين أن $(\alpha_n)_n$ متقاربة ثم حدد نهايتها

Talamid.ma : الملف تم تحميله من موقع
Talamid.ma : المزيد من الملفات قم بزيارة الموقع