

تمرين (1) : (5 ن)

1)  $(u_n)$  متتالية حسابية بحيث:  $u_0 = 4$  وأساسها  $r = 2$ .

أ - اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم احس  $u_{20}$ .

ب - احس المجموع:  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$ .

2) حل في IR المعادلات التالية:

$$2(\ln x)^2 - 3 \ln x = 0 ; \ln x + (\ln x + 1) = 0 ; 2 \ln x - 4 = 0$$

3) حل في IR المتراجحات التالية:

$$(\ln x - 1)(\ln x - 2) \leq 0 ; \ln x - 1 \leq 0 ; \ln x \geq 2$$

تمرين (2) : (6,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي:  $u_0 = 1$  ولكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2$ .

1) أ - بين بالتراجع أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $1 \leq u_n < 4$ .

ب - بين أن المتتالية  $(u_n)$  تزايدية قطعية.

2) نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $v_n = u_n - 4$ .

أ - بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $q = \frac{1}{2}$  وحدد أ حدها الأول  $v_0$ .

ب - اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ .

ج - استنتج أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_n = 4 - 3 \times (\frac{1}{2})^n$ .

د - حدد أ صغر عدد صحيح طبيعي  $n$  بحيث يكون:  $4 - u_n < 10^{-6}$ .

هـ - بين أن:  $v_0 + v_1 + \dots + v_n = 6 \left( (\frac{1}{2})^{n+1} - 1 \right)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

تمرين (3) : (8,5 ن)

لنكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي:  $f(x) = x + 1 - \ln x$ .

1) أ - احس  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  وأول هندسية النتيجة المحصل عليها.

ب - تحقق أن لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$ :  $f(x) = x \left( 1 - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} \right)$  ثم استنتج أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

ج - بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$  وأن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = -\infty$  ثم استنتج الفرع اللانهائي

للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .

2) أ - تحقق أن لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{x-1}{x}$ .

ب - ضع جدول تغيرات  $f$  على  $]0, +\infty[$ .

3) أ - ضع جدول إشارة  $1 - \ln x$  على  $]0, +\infty[$  ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى

$(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته:  $y = x$ .

ب - أ نسطح المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  في معلم متعامد ممنظم  $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ .