

Exercice 1 :

Partie A

Soient f une fonction définie sur $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-10\}$ par : $f(x) = \frac{1}{10}(x+10)^2 - 80 + \frac{16000}{(x+10)^2}$

et (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Prenez 1cm pour 10 unités

1. Montrer que la droite d'équation $x = -10$ est un axe de symétrie de (Cf) . puis, en déduire le domaine d'étude D_E
2. Calculer : $\lim_{\substack{x \rightarrow -10 \\ x > -10}} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus
3. Montrer que $(\forall x \in D_E) : f'(x) = \frac{(x-10)(x+30)[(x+10)^2 + 400]}{5(x+10)^3}$
4. Dresser le tableau de variation complet de la fonction f sur son domaine de définition D_f
5. Tracer la courbe (Cf) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (mettez l'axe des abscisses en bas de la page)

Partie B (Prix d'équilibre).

Une étude de marché s'intéresse à l'évolution de l'offre et de la demande d'un produit en fonction de son prix unitaire x exprimée en dirham.

Pour un prix de x Dh, compris entre 2 et 9, le nombre de produits demandés est modélisé par la

fonction f définie par : $f(x) = \frac{1}{10}(x+10)^2 - 80 + \frac{16000}{(x+10)^2}$

et le nombre de produits offerts par la fonction g définie par: $g(x) = 0,5x + 11$.

1. Déterminer le nombre de produits offerts et le nombre de produits demandés lorsque le prix du produit est de 7Dh.
2. On appelle prix d'équilibre le prix pour lequel l'offre et la demande sont égales.
 - a. Déterminer graphiquement le prix d'équilibre.
 - b. Quel est alors le nombre de produits demandés ?
 - c. Quand y a-t-il rupture de stock ?

Exercice 2 :

I. Soit g une fonction définie sur $[-1; +\infty[$ par : $g(x) = 1 - 4x\sqrt{x+1}$

1. Montrer que $(\forall x \in]-1; +\infty[) : g'(x) = \frac{-2(3x+2)}{\sqrt{x+1}}$ et dresser le tableau de variation de g
2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution α dans $[-1; +\infty[$ et que $0 < \alpha < 1$ puis en donner une valeur approchée à 10^{-2} près. En déduire le tableau de signe de g

II. Soit f une fonction définie sur $[-1; +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x+1} - x^2 + 4$

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu
2. Montrer que f n'est pas dérivable à droite de (-1) . en donner une interprétation graphique
3. Montrer que : $\forall x \in]-1; +\infty[: f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x+1}}$; puis dresser le tableau de variation de f
4. Tracer la courbe (Cf) de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$