

### Exercice 1 :

#### Partie A

Soient  $f$  une fonction définie sur  $Df = \mathbb{R} \setminus \{-10\}$  par  $f(x) = \frac{1}{10}(x+10)^2 - 80 + \frac{16000}{(x+10)^2}$

et  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . Prenez 1cm pour 10 unités

- Montrer que la droite d'équation  $x = -10$  est un axe de symétrie de  $(C_f)$ . puis, en déduire le domaine d'étude  $D_E$
- Calculer :  $\lim_{\substack{x \rightarrow -10 \\ x > -10}} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter graphiquement les résultats obtenus
- Montrer que  $(\forall x \in D_E) : f'(x) = \frac{(x-10)(x+30)[(x+10)^2 + 400]}{5(x+10)^3}$
- Dresser le tableau de variation complet de la fonction  $f$  sur son domaine de définition  $Df$
- Tracer la courbe  $(C_f)$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (mettez l'axe des abscisses en bas de la page)

#### Partie B (Prix d'équilibre).

Une étude de marché s'intéresse à l'évolution de l'offre et de la demande d'un produit en fonction de son prix unitaire  $x$  exprimée en dirham.

Pour un prix de  $x$ Dh, compris entre 2 et 9, le nombre de produits demandés est modélisé par la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{1}{10}(x+10)^2 - 80 + \frac{16000}{(x+10)^2}$

et le nombre de produits offerts par la fonction  $g$  définie par :  $g(x) = 0,5x + 11$ .

- Déterminer le nombre de produits offerts et le nombre de produits demandés lorsque le prix du produit est de 7Dh.
- On appelle prix d'équilibre le prix pour lequel l'offre et la demande sont égales.
  - Déterminer graphiquement le prix d'équilibre.
  - Quel est alors le nombre de produits demandés ?
  - Quand y a-t-il rupture de stock ?

### Exercice 2 :

I. Soit  $g$  une fonction définie sur  $[-1; +\infty[$  par :  $g(x) = 1 - 4x\sqrt{x+1}$

1. Montrer que  $(\forall x \in ]-1; +\infty[) ; g'(x) = \frac{-2(3x+2)}{\sqrt{x+1}}$  et dresser le tableau de variation de  $g$

2. Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une seule solution  $\alpha$  dans  $[-1; +\infty[$  et que  $0 < \alpha < 1$  puis en donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près. En déduire le tableau de signe de  $g$

II. Soit  $f$  une fonction définie sur  $[-1; +\infty[$  par :  $f(x) = \sqrt{x+1} - x^2 + 4$

1. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  puis interpréter graphiquement le résultat obtenu

2. Montrer que  $f$  n'est pas dérivable à droite de  $(-1)$ . en donner une interprétation graphique

3. Montrer que :  $\forall x \in ]-1; +\infty[ : f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x+1}}$  ; puis dresser le tableau de variation de  $f$

4. Tracer la courbe  $(C_f)$  de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$