

Exercice 1 (9 points)

Calculer en justifiant votre réponse, chacune des limites suivantes :

①  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 22x - 23}{x - 1}$  ; ②  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x + 5} - 3}$  ; ③  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5 - x}{x^2 - 6x + 9}$

④  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{2x + 1}$  ; ⑤  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} - 4x$  ; ⑥  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$

Exercice 2 (4 points)

Soit  $f$  la fonction numérique définie par :  $\begin{cases} f(x) = \frac{2x^2 + x - 9}{x^2 - 1} ; (x \neq 1) \\ f(1) = \frac{11}{2} \end{cases}$   
 $(C_f)$  est sa courbe représentative dans un repère  
 orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.
- 1) b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ , interpréter géométriquement les résultats obtenus.
- 1) c) a) Montrer que  $f$  est continue en 1.
- 0,5 b) Montrer que  $f$  est continue sur l'intervalle  $[1; +\infty[$ .
- 0,5 3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $f(x) = 0$ .

Exercice 3 (7 points)

On considère la fonction numérique  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2$$

- 0,75 1) a) Vérifier que  $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad g'(x) = 6x(x - 1)$  puis étudier le signe de  $g'(x)$ .
- 0,75 b) Dresser le tableau de variations de  $g$  dans  $\mathbb{R}$ .  
 (on calculera  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ )

- 2) a) Donner le nombre de solutions de chacune des équations suivantes :

$$g(x) = -2,5 \quad ; \quad g(x) = 22 \quad ; \quad g(x) = -2$$

- 0,5 b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $g(x) = -2$

- 0,75 c) Vérifier que  $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad 2x^3 - 3x^2 + 1 = (x - 1)(2x^2 - x - 1)$  puis

déduire les solutions de l'équation  $g(x) = -3$

- 1 3) a) Déterminer  $g([1, +\infty[)$  et  $g(]-\infty, 1])$
- 0,5 b) Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  n'a pas de solution dans  $]-\infty, 1]$
- 1 c) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une seule solution dans  $]\frac{3}{2}, 2[$
- 0,5 d) Dresser le tableau de signes de  $g(x)$  pour  $x \in \mathbb{R}$ .
- 0,5 e) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation  $\frac{2x^3 - 3x^2 - 2}{x-2} > 0$ .