

Exercice 1 (5 points)

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans chacun des cas suivants :

- 1) $f(x) = \frac{3x-20}{x^2-10x+9}$; 2) $f(x) = x+1 + \frac{1}{x^2+1}$; 3) $f(x) = \sqrt{x^2+6x+5}$
4) $f(x) = \sqrt{\frac{2x-3}{4-x}}$; 5) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$; 6) $f(x) = 3x-1 - \frac{1}{\sqrt{x+4}}$

Exercice 2 (5 points)

Calculer en justifiant votre réponse les limites suivantes :

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-2}{x-1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5}-3}{x-2}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-x}{3-x}$
4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -2x+1 + \frac{3}{\sqrt{x+1}}$; 5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x+1 - \sqrt{x^2+1}$; 6) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-2}{\sqrt{x^2+1}}$

Exercice 3 (4 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{8\}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2+2x-35}{x^2-13x+40} \text{ si } x \neq 5 \text{ et } f(5) = -4.$$

- 0,75 1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu
0,75 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 8^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x)$; interpréter géométriquement les résultats obtenus
1 2) a) Montrer que la fonction f est continue en 5.
1 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)-f(5)}{x-5}$
0,5 c) Résoudre l'équation $f(x) = 1$

Exercice 4 : ()

Soit la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ f(x) = \frac{x-1}{x^3+2x-3} + \frac{11}{20} & \text{si } x < 1 \\ f(1) = \frac{3}{4} \end{cases}$$

- 0,5 1) a) Montrer que $(\forall x \in]1, +\infty[) f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+x+2}+2}$
 b) Démontrer que f est continue à droite en 1.
- 0,5 2) a) Montrer que $(\forall x \in]-\infty, 1[) f(x) = \frac{1}{x^2+x+3} + \frac{11}{20}$
 b) Étudier la continuité de f à gauche en 1
- 0,5 3) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 b) Démontrer que $(\forall x \in]1, +\infty[) f(x) = \frac{\sqrt{1+1/x+2/x^2}-2/x}{1-1/x}$
 puis déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 1 c) Déterminer les asymptotes de la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$.