

## Partie A

Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par :  $g(x) = x^3 - 1200x - 100$ .

1. Déterminer la limite de  $g$  en  $+\infty$ .

Etudier le sens de variation de  $g$  et dresser son tableau de variation.

2. Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $[20 ; 40]$ . Donner en justifiant une valeur approchée de  $\alpha$  à l'unité près.

3. En déduire le signe de  $g(x)$  selon les valeurs de  $x$ .

## Partie B

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :  $f(x) = x + 50 + \frac{1200x + 50}{x^2}$ .

On appelle (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal

$(O ; \vec{i}, \vec{j})$  (on prendra 1 cm pour 5 en abscisse et 1 cm pour 20 en ordonnée).

1. Déterminer la limite de  $f$  en 0 et en  $+\infty$ .

2. Montrer que, pour tout  $x$  de  $]0 ; +\infty[$ , on a :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}, \text{ où } g \text{ est la fonction définie dans la partie A.}$$

3. Etudier les variations de  $f$ .

4. Montrer que la droite (D) d'équation  $y = x + 50$  est asymptote à la courbe (C).

5. Construire (C) et (D) sur le même graphique.

6. Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 130$ . On donnera les valeurs approchées des solutions à l'unité près.

## Partie C

Le coût total de fabrication d'une quantité  $x$  d'un produit, exprimée en centaines d'unités, est défini sur  $]0 ; 100[$  par :  $C(x) = \frac{x^3 + 50x^2 + 1200x + 50}{x}$ .

$C(x)$  étant exprimé en centaines de dirhams. Le coût moyen de fabrication par centaine d'objets est donc défini par  $C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$ .

1. Déterminer la quantité d'objets, à la centaine près, à fabriquer pour avoir un coût moyen minimum.

2. On suppose que le prix de vente d'une centaine d'objets est égal à 13 000 DH.

Déterminer graphiquement, à la centaine près, le nombre minimum et le nombre maximum d'objets que l'entreprise doit fabriquer pour être rentable.