Résumé de Cours fonctions exponentielles

PROF : ATMANI NAJIB

2ème BAC Sciences ex (pc-svt…)

FONCTIONS EXPONENTIELLES

Propriété et définition : La fonction ln admet une fonction réciproque définie de] − ∞, +∞ [
Vers]0, +∞[appelée fonction Exponentielle népérienne notée : exp et qui est strictement monotone sur $\mathbb{R}$ et on a *pour tout* x *et* y *dans* $\mathbb{R}$:

1) $e^{x+y}=e^x\times e^y$ 2) $e^{-x}=\frac{1}{e^x}$ 3) $e^{x-y}=\frac{e^x}{e^y}$

4) $e^{rx}=\left(e^x\right)^r$ $(r\in\mathbb{Q})$ 5) $\left(e^{\ln x}=x\right)$ $(\forall x\succ 0)$

6) $\left(\ln\left(e^x\right)=x\right)$ $(\forall x\in\mathbb{R})$

7) $(\forall y\succ 0)$ $(\forall x\in\mathbb{R})$ $\left(e^x=y\right)\Leftrightarrow(x=\ln y)$

8) $(\forall y\succ 0)$ $(\forall x\in\mathbb{R})$ $\left(e^x=e^y\right)\Leftrightarrow(x=y)$

9) $(\forall y\succ 0)$ $(\forall x\in\mathbb{R})$ $\left(e^x\geq e^y\right)\Leftrightarrow(x\geq y)$

10)La fonction exp est dérivable sur $\mathbb{R}$

et $(\forall x\in\mathbb{R})$ $\left(e^x\right)'=e^x$

11)Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I

alors la fonction $e^{u(x)}$ est dérivable sur I et

$(\forall x\in I)$($\left(e^{u(x)}\right)'=u'(x)e^{u(x)}$))

12)Si u est une fonction dérivable alors
une primitive de u'(x) . $e^{u(x)}$ est $e^{u(x)}$.

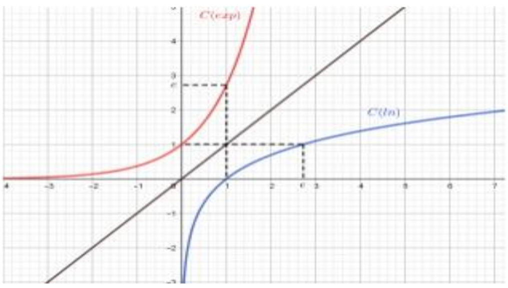
(Limites usuelles)

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$ 2) $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$ 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$

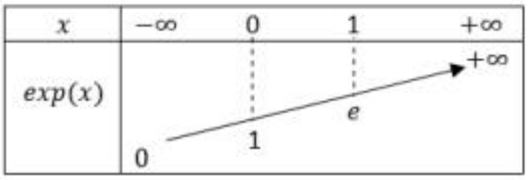
4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n}=+\infty$ 5) $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^x=0^-$ 6) $\lim\limits_{x\to-\infty}x^ne^x=0$

7) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$ avec : $n\in\mathbb{N}^*$

Représentation de la fonction *exp*
Les courbes C_{ln} et C_{exp} sont symétriques par rapport à la première bissectrice (Δ) : $y = x$



Le Tableau de variation et L'exp :



FONCTION EXPONENTIELLE DE BASE a
Soit a > 0 et $a \neq 1$; on a :

1)$(\forall x\in\mathbb{R})$ $a^x=e^{x\ln a}$

2)fonction $\exp_a$ est définie sur $\mathbb{R}$

3) $\forall x\in\mathbb{R}$ $a^x\succ 0$

4) $\forall x\in\mathbb{R}$ $\forall y\in\mathbb{R}_+^*$ $a^x=y\Leftrightarrow x=\log_a y$

5) $\forall x\in\mathbb{R}$ $\log_a\left(a^x\right)=x$ 6) $\forall x\in\mathbb{R}_+^*$ $a^{\log_a(x)}=x$

(∀a ∈ ℝ∗+)(∀b ∈ ℝ∗+)(∀x ∈ ℝ) (∀y ∈ ℝ)

7) $a^x\times a^y=a^{x+y}$ 8) $a^{-x}=\frac{1}{a^x}$ 9) $(a\times b)^x=a^x\times b^x$

10) $\left(a^x\right)^y=a^{x\times y}$ 11) $a^{x-y}=\frac{a^x}{a^y}$ 12) $\left(\frac{a}{b}\right)^x=\frac{a^x}{b^x}$

13) $\left(a^x\right)'=a^x\times\ln a$ 14) $a^{rx}=\left(a^x\right)^r$

15)a) $x\to a^x$ est strictement croissante si $a\succ 1$

b) $x\to a^x$ est strictement décroissante si $0\prec a\prec 1$

16)$(\forall x\in\mathbb{R})$ $\left(a^x\right)'=(\ln a)a^x$

17)Si u est une fonction dérivable alors

une primitive de $u'(x)a^{u(x)}$ est $\frac{1}{\ln a}a^{u(x)}$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien