

Exercice 1 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère les points A , B et C d'affixes respectives: $a = i$, $b = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ et $c = \frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.

① - Donner une forme trigonométrique des nombres complexes a , b et c .

② - Placer les points A , B et C sur le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

③ - On pose : $Z = \frac{c-b}{a-b}$.

a - Déterminer $|Z|$ et $\arg(Z)$.

b - Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $|z-i| = \left|z + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right|$.

Exercice 2 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère les points A , B et C d'affixes respectives: $a = 2$, $b = \sqrt{2}(-1+i)$ et $c = \sqrt{2}(-1-i)$

Et soit E d'affixe e le milieu de segment $[AB]$.

① - Donner une forme trigonométrique des nombres complexes a , b et c .

② - Placer les points A , B et C sur le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

③ - Montrer que le triangle OAB est isocèle, puis déduire un mesure de l'angle orienté $(\vec{u}, \overrightarrow{OE})$.

④ - Déterminer e puis $|e|$.

⑤ - Déduire : $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$.

Exercice 3 :

On considère les nombres complexe suivants : $a = 2i$, $b = \sqrt{3} + i$ et $c = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$.

① - Donner une forme trigonométrique des nombres complexes a , b et c .

② - Vérifier que : $a^{12} = b^{12}$.

③ - a - Déterminer la forme algébrique puis une forme trigonométrique du quotient : $\frac{c}{b}$.

b - Déduire : $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

④ - On considère les points A , B et C d'affixes respectives: a , b et c .

a - Montrer que O est centre de cercle circonscrit au triangle ABC .

b - Déterminer un mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$.

Exercice 4 :

On considère les nombres complexes suivants :

$$a = 1 - i, \quad b = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} + i \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \quad \text{et} \quad c = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} + i \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

①- a - Déterminer la forme algébrique puis une forme trigonométrique des quotients :

$$\frac{c}{a} \quad \text{et} \quad \frac{b}{a}.$$

b - Déduire la forme trigonométrique des nombres complexes b et c .

②- Dans le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère les points $A(a)$, $B(b)$ et $C(c)$.

a - Montrer que le quadrilatère $OABC$ est un parallélogramme.

b - Montrer que : $(OB) \perp (AC)$.

c - Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$.

d - Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $|z - c| = |z - a|$.

Exercice 5 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère les points A , B et C d'affixes respectives : $a = 1$, $b = 1 - 2i$ et $c = -2 + 2i$.

Et soit (C) le cercle de diamètre $[BC]$.

①- a - Déterminer ω l'affixe du point Ω le centre de cercle (C) .

b - Calculer R le rayon de cercle (C) .

②- Soit D le point d'affixe : $d = \frac{3+9i}{4+2i}$.

a - Déterminer la forme algébrique du nombre complexe d .

b - Montrer que : $D \in (C)$.

③- Soit E le point d'affixe e , tel que : $E \in (C)$ et $(\overrightarrow{\Omega A}, \overrightarrow{\Omega E}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$.

a - Déterminer le module et l'argument du nombre complexe $e + \frac{1}{2}$.

b - En déduire que : $e = \frac{5\sqrt{2} - 2}{4} + \frac{5\sqrt{2}}{4}i$.

Exercice 6 :

On considère dans le plan complexe les points A et B d'affixes respectives :

$$a = \sqrt{3} + 1 + i(\sqrt{3} - 1) \quad \text{et} \quad b = \sqrt{3} - 1 + i(\sqrt{3} + 1).$$

①- Montrer que : $a^2 = 4(\sqrt{3} + i)$ et que : $b = i\bar{a}$.

②- Déterminer la forme trigonométrique nombre complexe $4(\sqrt{3} + i)$.

③- Déduire la forme trigonométrique nombres complexes a et b .

④- Calculer : $\arg\left(\frac{b}{a}\right)$, déduire la nature triangle OAB .