Prof : IDRISSI Abdessamad	Les nombres complexes (1$^{\text{ère}}$ partie) (série n°1)	2$^{\text{ème}}$ Année Bac Sc-Ex

Exercice 1 :

Ecrire les nombres complexes sous forme algébrique :

① - $z_1 = \dfrac{1}{2-3i}$;; ② - $z_2 = \dfrac{1-i}{3+i}$;; ③ - $z_3 = \dfrac{2i}{1-2i} + \dfrac{(1+i)^2}{i}$

④ - $z_4 = (3+i)(1-5i)$;; ⑤ - $z_5 = \dfrac{3-6i}{3+i} + \dfrac{4}{3-i}$;; ⑥ - $z_6 = \left(\dfrac{4-6i}{2-3i}\right)\left(\dfrac{1+3i}{3+2i}\right)$.

Exercice 2 :

Donner une forme trigonométrique de chacun des nombres complexes suivants :

① - $z_1 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$;; ② - $z_2 = \sqrt{6} - \sqrt{2}i$;; ③ - $z_3 = -\dfrac{1}{2\sqrt{3}} - \dfrac{1}{2}i$.

④ - $z_4 = (1-i)\left(-\sqrt{3}+i\right)$;; ⑤ - $z_5 = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$;; ⑥ - $z_6 = (1+i)^5$.

Exercice 3 :

Soit θ un réel de l'intervalle $\left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$. Donner une forme trigonométrique de chacun des nombres complexes suivants :

$z_1 = \sin\theta + i\cos\theta$;; $z_2 = -\sin\theta + i\cos\theta$;; $z_3 = -\sin\theta - i\cos\theta$.

$z_4 = 1 + i\tan\theta$;; $z_5 = 1 + \cos\theta + i\sin\theta$;; $z_6 = \dfrac{1+i\tan\theta}{1-i\tan\theta}$.

Exercice 4 :

Soit z un nombre complexe tel que : $z \neq 1$.

On pose : $Z = \dfrac{z-2i}{z-1}$, avec $(x,y) \in \mathbb{R}^2$: $z = x+iy$

① - Déterminer : $\text{Re}(Z)$ et $\text{Im}(Z)$ en fonction de x et y.

②- Déterminer l'ensemble (D) des points $M(z)$ tels que Z est un réel .

③- Déterminer l'ensemble (ζ) des points $M(z)$ tels que Z est un imaginaire pur .

Exercice 5 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A ,B et C d'affixes respectives: $z_A = 2-2i\sqrt{3}$, $z_B = 2+2i\sqrt{3}$ et $z_C = 8$.

① - Donner une forme trigonométrique des nombres complexes z_A , z_B et z_C .

②- Placer les points A ,B et C sur le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

③- On pose : $Z = \dfrac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$.

a - Déterminer $|Z|$ et $\arg(Z)$.

b - En déduire la nature du triangle ABC.

Exercice 6 :

On pose : $z_1 = 1+i$, $z_2 = \sqrt{3}+i$ et $z_3 = \dfrac{z_1}{z_2}$.

① - Donner une forme trigonométrique des nombres complexes z_1 , z_2 et z_3 .

② - Déduire : $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.

③ - On pose : $z_4 = \left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+i\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$.

Montrer que : $\left(\dfrac{z_4}{4}\right)^{2016} \in \mathbb{R}$.

Exercice 7 :

On considère dans le plan complexe les points A ,B et C d'affixes respectives :
$z_A = -\sqrt{2}$, $z_B = 1+i$ et $z_C = 1-i$.

① - Placer les points A ,B et C sur un repère $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

② - a - Déterminer le module et l'argument $\dfrac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$.

b - Déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right)$.

③ - a - Déterminer la forme algébrique puis une forme trigonométrique du quotient : $\dfrac{z_A - z_B}{z_A}$

b - Déduire : $\cos\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$.

Exercice 8 :

On considère dans le plan complexe les points A ,B d'affixes respectives :

$z_A = i$, $z_B = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$ et le point C d'affixe z_C tel que C le symétrique du point B par rapport à l'axe des réels .

① - Placer les points A ,B et C sur un repère $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

② - Déterminer le module et l'argument $\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$.

③ - Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $\left|\dfrac{z - z_A}{z - z_B}\right| = 1$.

④ - On pose : $Z = \dfrac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$.

Déterminer $|Z|$ et $\arg(Z)$.