

1. Bac 2014 session normale

On considère la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 13 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 7 ; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Démontrer par récurrence que : $u_n < 14$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (0,75)

2. On considère la suite (v_n) définie par : $v_n = 14 - u_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

a. Montrer que : la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ puis écrire v_n en fonction de n (1)

b. En déduire que : $u_n = 14 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (u_n) (0,75)

c. Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $u_n > 13,99$ (0,5)

2. Bac 2014 session de rattrapage

On considère la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{1 + u_n} ; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

1. Démontrer par récurrence que : $u_n > 2$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$ (0,75)

2. On considère la suite (v_n) définie par : $v_n = \frac{3}{u_n - 2}$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$.

a. Montrer que : $v_{n+1} = \frac{1 + u_n}{u_n - 2}$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$, puis montrer que la suite (v_n) est arithmétique de raison 1. (1)

b. Ecrire v_n en fonction de n , puis en déduire que $u_n = 2 + \frac{3}{n}$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$ (0,75)

c. Déterminer : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ (0,5)

3. Bac 2015 session normale (fuite تم تسريبه)

III. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1. Montrer par récurrence que : $0 \leq u_n \leq \alpha$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (0,5)

2. Montrer que la suite (u_n) est décroissante (on peut utiliser le résultat de la question II 2) c -) ..(0,5)

3. En déduire que (u_n) est convergente .et déterminer la limite de la suite (u_n) (0,75)

Les résultats de quelques questions précédentes : $f(x) = \frac{1}{x(1-nx)}$. Et $2, 2 < \alpha < 2,3$

- La fonction est décroissante sur $]0,1]$ et croissante sur $[1, +e[$ et $]e, +\infty[$.
- la question II 4) c- : $f(x) - x \leq 0$ pour tout x de $[1, \alpha]$.

- Tableau de variation de f est :

X	0	1	α	e	$+\infty$
$f'(x)$					-
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$	1 $\searrow$	$f(\alpha) = \alpha$ $\nearrow$	$+\infty$ $\nearrow$	$-\infty$ $\nearrow$

4. Bac 2015 session normale (الذي تم إعادته)

On considère la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ \forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 3 \end{cases}$$

3. Démontrer par récurrence que : $u_n < 5$ pour tout n de (0,5)

4. Vérifier que $u_{n+1} - u_n = \frac{3}{5}(5 - u_n)$ pour tout n de puis en déduire que (u_n) est croissante .. (0,75)

5. En déduire que (u_n) est convergente (0,25)

6. On considère la suite (v_n) définie par : $v_n = 5 - u_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

a. Montrer que : la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{2}{5}$ puis écrire v_n en fonction de n (0,75)

b. Montrer que : $u_n = 5 - \left(\frac{2}{5}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.et calculer la limite de la suite (u_n) (0,75)

5. Bac 2015 session de rattrapage

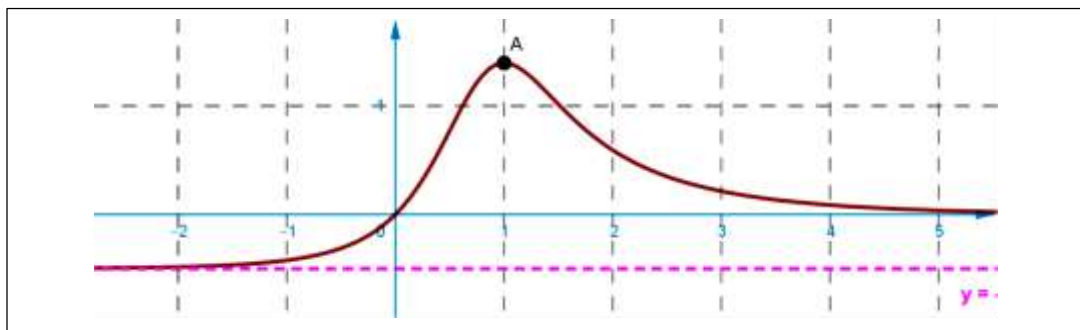
III. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = h(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1. Montrer par récurrence que : $u_n \leq 0$ pour tout n de (0,5)

2. Montrer que la suite (u_n) est croissante (on remarque graphiquement que $h(x) \geq x$ pour tout x de l'intervalle $]-\infty, 0]$) (0,75)

3. En déduire que (u_n) est convergente .et déterminer la limite de la suite (u_n) (0,75)

Les résultats de quelques questions précédentes : $h(x) = f(x) = \frac{x}{e^x - 2x}$ sur $]-\infty, 0]$.





6. Bac 2016 session normale

On considère la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3+u_n}{5-u_n} ; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Vérifier que : $u_{n+1} - u_n = \frac{3}{5}(5 - u_n)$ pour tout n de , puis démontrer par récurrence que : $u_n < 3$ pour tout n de . (0,75)

2. On considère la suite (v_n) définie par : $v_n = \frac{3}{u_n - 2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

d. Montrer que : la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ puis en déduire que : $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$. (0,75)

e. Montrer que : $u_n = \frac{1+3v_n}{1+u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis écrire u_n en fonction de n . (0,5)

f. calculer la limite de la suite (u_n) . (0,5)

7. bac 2016 session de rattrapage

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16}$ pour tout n de .

1. ..

a. Démontrer par récurrence que : $u_n > 1$ pour tout n de . (0,5)

b. Vérifier que : $u_{n+1} - u_n = \frac{15}{16}(1 - u_n)$ pour tout n de . (0,5)

c. Montrer que (u_n) est décroissante et en déduire que (u_n) est convergente . (0,25)

2. On considère la suite (v_n) définie par : $v_n = u_n - 16$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

a. Calculer u_1 et u_2 . (0,5)

b. Montrer que : la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{16}$ puis écrire v_n en fonction de n . (1)

c. Montrer que : $u_n = 1 - \left(\frac{1}{16}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$, puis calculer la limite de la suite (u_n) . (0,75)

8. Bac 2017 session normale

III. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \sqrt{3}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1. Montrer par récurrence que : $1 \leq u_n \leq 2$ pour tout n de . (0,5)

2. Montrer que la suite (u_n) est décroissante (on peut utiliser le résultat de la question II 4) c-) ... (0,5)

3. En déduire que (u_n) est convergente .et déterminer la limite de la suite (u_n) . (0,75)

Les résultats de quelques questions précédentes : $f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x$.

- La fonction est décroissante sur $]0,1]$ et croissante sur $[1,+\infty[$.
- la question II 4) c- : $f(x) < x$ pour tout x de $[1,2]$, position relative de la courbe (C) et la droite (D) d'équation $y = x$ sur $[1,2]$.

X	1	2
$f(x) - x$	0	0
	(C) est au dessous de (D)	
Position relative de (C) et (D)	(C) et (D) se coupent	(C) et (D) se coupent

Tableau de variation de f est :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(1) = 1$	$+\infty$

9. Bac 2017 session de rattrapage

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 17$ et $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 12$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1. ..

a. Démontrer par récurrence que : $u_n > 16$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (0,5)

b. Montrer que (u_n) est décroissante et en déduire que la suite (u_n) est convergente. (0,5)

2. Soit (v_n) la suite numérique telle que : $v_n = u_n - 16$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$ puis écrire v_n en fonction de n (0,5)

b. En déduire que : $u_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$, puis déterminer la limite de la suite (u_n) . (0,5)

c. Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $u_n < 16,0001$ (0,5)

10. Bac 2018 session normale

IV. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

4. Montrer par récurrence que : $0 \leq u_n \leq 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (0,75)

5. Montrer que la suite (u_n) est décroissante (on peut utiliser le résultat de la question II 3) b-) .. (0,5)

6. En déduire que (u_n) est convergente et déterminer la limite de la suite (u_n) (0,75)

Les résultats de quelques questions précédentes : $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$.

- La fonction est décroissante sur $]-\infty, 0]$ et croissante sur $[0, +\infty[$.

- la question II 4) c- : $f(x) < x$ pour tout x de $[1, 2]$, position relative de la courbe (C) et la droite (D) d'équation $y = x$ sur $[1, 2]$.

X	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x) - x$	+	0	-	+
Position relative de (C) et (D)	(C) est au dessus de (D)	(C) et (D) se coupent	(C) au dessous de (D)	(C) et (D) se coupent

Tableau de variation de f est :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(0) = 0$	$+\infty$

II. bac 2018 session de rattrapage

III. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = e$ et $u_{n+1} = f(u_n)$

- Montrer par récurrence que : $1 \leq u_n \leq e$ pour tout n de $\mathbb{N}$. (0,75)
- Montrer que la suite (u_n) est décroissante (on pourra utiliser le résultat de la question III 1) b-). (0,75)
- En déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite. (0,75)

Les résultats de quelques questions précédentes :

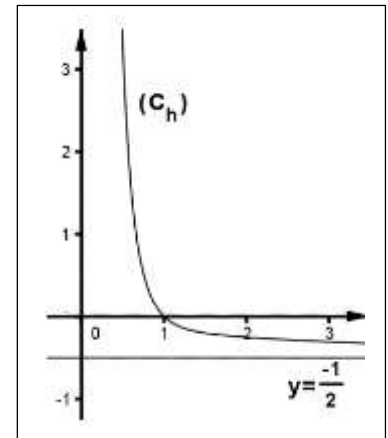
$$f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^2} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2.$$

- La fonction est décroissante sur $]0, 1]$ et croissante sur $[1, +\infty[$.
- la question III 1) b - $h(1) = 0$ avec $h(x) = f(x) - x$
d'après la figure ci-contre qui la représentation graphique de la fonction h on détermine le de h et en déduire pour tout x de $[1, +\infty[$ on a $f(x) < x$

X	0	1	$+\infty$
$h(x) = f(x) - x$	+	0	-

Tableau de variation de f est :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(1) = 1$	$+\infty$



12. bac 2019 session normale

DEUXIÈME. partie

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.



1. ..

a. Montrer par récurrence que : $0 \leq u_n \leq e$ pour tout n de (0,5)

b. Montrer que la suite (u_n) est croissante (0,5)

c. En déduire que (u_n) est convergente (0,5)

2. Calculer la limite de la suite (u_n) (0,75)

Les résultats de quelques questions précédentes : $f(x) = x + \frac{1}{2} - \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$.

- La fonction est décroissante sur $]-\infty, 0]$ et croissante sur $[0, +\infty[$.
- la question II 4) c- : $f(x) < x$ pour tout x de $[1, 2]$, position relative de la courbe (C) et la droite (D) d'équation $y = x$ sur $[1, 2]$.

x	0	e	$+\infty$
$f(x) - x$	+	0	+
Position relative de (C) et (D)	(C) est au dessus de (D)	(C) est au dessus de (D)	(C) et (D) se coupent en $x_0 = e$

Tableau de variation de f est :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ $\frac{3}{2}$ $\nearrow$	$+\infty$

13. bac 2019 session de rattrapage

DEUXIÈME. partie

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

3. ..

a. Montrer par récurrence que : $2 \leq u_n \leq 4$ pour tout n de (0,5)

b. Montrer que la suite (u_n) est croissante puis En déduire que (u_n) est convergente (0,5)

c. Calculer la limite de la suite (u_n) (0,75)

Les résultats de quelques questions précédentes : $f(x) = 2 + 8\left(\frac{x-2}{x}\right)^2 e^{x-4}$.

- La fonction est strictement décroissante sur $]0, 2]$ et strictement croissante sur $]-\infty, 0[$ et $[2, +\infty[$.
- la question 2^{ème} partie 2) b- : $f(x) < x$ pour tout x de $[2, 4]$ et $f(4) = 4$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 2 $\nearrow$	$+\infty$	$+\infty$

Tableau de variation de f est :