LAGDEM Mohamed

les suites numériques

définition	Toute fonction définie de I partie de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{R}$ appelée une suite numérique

Suite majorée	$(U_n)_{n\in I}$ majorée par M	$\Longleftrightarrow$	$(\forall n \in I) \quad U_n \leq M$
Suite minorée	$(U_n)_{n\in I}$ minorée par m	$\Longleftrightarrow$	$(\forall n \in I) \quad U_n \geq m$
Suite bornée	$(U_n)_{n\in I}$ bornée	$\Longleftrightarrow$	$(U_n)_n$ majorée et minorée $(\forall n \in I) \quad m \leq U_n \leq M$

Suite décroissante	Suite croissante
$(\forall n \in I) \quad U_{n+1} - U_n \leq 0$	$(\forall n \in I) \quad U_{n+1} - U_n \geq 0$
$\Downarrow$	$\Downarrow$
$(\forall n \geq n_0) \quad U_n \leq U_{n_0}$	$(\forall n \geq n_0) \quad U_n \geq U_{n_0}$

	Suite géométrique	Suite arithmétique
définition	$U_{n+1} = qU_n$ q la raison de la suitegéométrique	$U_{n+1} = U_n + r$ r la raison de la suite arithmétique
le terme général	$U_n = U_0 \times q^n$ $\forall (n,p) \in I^2 \quad U_n = U_p \times q^{n-p}$	$U_n = U_0 + nr$ $\forall (n,p) \in I^2 \quad U_n = U_p + (n-p)r$
La somme de termes consécutifs	$S_n = U_p + U_{p+1} + \cdots + U_n$ $S_n = U_p \times \dfrac{1-q^{n-p+1}}{1-q} \quad q \neq 1$ $S_n = (n-p+1)U_p \quad q = 1$	$S_n = U_p + U_{p+1} + \cdots + U_n$ $S_n = \dfrac{n-p+1}{2}(U_p + U_n)$
trois termes consécutifs	a et b et c trois termes consécutifs $a \times c = b^2$	a et b et c trois termes consécutifs $a + c = 2b$

Convergence d'une suite numérique :

Définitions	$(U_n)_n$ est une suite convergente si elle admet une limite finie càd $\lim u_n = l \in \mathbb{R}$
	$(U_n)_n$ est une suite divergente si elle n'est pas convergente

Limite de la suite (n^α) $(\alpha \in \mathbb{Q}^*)$

$\alpha < 0$	$\alpha > 0$
$\lim n^\alpha = 0$	$\lim n^\alpha = +\infty$

lagdem.smhd@gmail.com

+212676453608

Limite de la suite (q^n) $(q \in \mathbb{R})$

$q \leq -1$	$-1 < q < 1$	$q = 1$	$q > 1$
n'admet pas de limite	$\lim q^n = 0$	$\lim q^n = 1$	$\lim q^n = +\infty$

Critères de convergences

- *Toute suite croissante et majorée est convergente*
- *Toute suite décroissante et minorée est convergente*

$\begin{cases} u_n \leq v_n \\ \lim u_n = +\infty \end{cases} \Rightarrow$	$\lim v_n = +\infty$
$\begin{cases} u_n \leq v_n \\ \lim v_n = -\infty \end{cases} \Rightarrow$	$\lim u_n = -\infty$
$\begin{cases} \lvert u_n - l \rvert \leq v_n \\ \lim v_n = 0 \end{cases} \Rightarrow$	$\lim u_n = l$
$\begin{cases} w_n \leq u_n \leq v_n \\ \lim w_n = \lim v_n = l \end{cases} \Rightarrow$	$\lim u_n = l$

Suite de la forme $v_n = f(u_n)$:

$$\begin{cases} (U_n)_n \text{ suite convergente} \\ \lim u_n = l \\ f \text{ est continue en } l \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (v_n)_n \text{ est convergente et} \\ \lim v_n = f(l) \end{cases}$$

Suite de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$

$(U_n)_n$ *Suite définie par son première terme* u_{n_0} *et la relation* $u_{n+1} = f(u_n)$

$$\begin{cases} f \text{ est continue sur } I \\ f(I) \subset I \\ u_{n_0} \in I \\ (U_n)_n \text{ suite convergente} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{la limite de } (U_n)_n \text{ est} \\ \text{la solution de l'équation} \\ f(x) = x \text{ dans } I \end{cases}$$