

~ 2<sup>ème</sup> Sciences Expérimentales ~  
Série d'exercices : Limites et continuités  
(12 exercices résolus)

**Exercice 1 :**

Montrer que la fonction  $f$  définie par 
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{\tan x} \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$
 est continue en 0

**Exercice 2 :**

Montrer que la fonction  $f$  définie par 
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+x-12}{x-3} & x \neq 3 \\ f(3) = 7 \end{cases}$$
 est continue en 3

**Exercice 3 :**

Montrer que la fonction  $f$  définie par 
$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x+1}{7-6x} & x \leq 2 \\ f(x) = \frac{x^2+x-6}{x-2} & x > 2 \end{cases}$$
 est continue en 2

**Exercice 4 :**

Soit  $f$  la fonction la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sin(\pi x)}{x-1} & x \neq 1 \\ f(1) = m \end{cases} \quad (m \text{ est un paramètre réel})$$

Déterminer la valeur du nombre réel  $m$  pour laquelle  $f$  est continue en 1

**Exercices 5 :**

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{\pi \tan(x)}{3x}\right) ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{\pi x^2 - 4x + 3}{4x^2 + 7}\right) ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{2x^2}{1 - \cos x}}$$

**Exercice 6 :**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x^3 + x - 1$

- 1) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  sur  $\mathbb{R}$
- 2) Montrer que  $\alpha \in ]0, 1[$
- 3) Etudier le signe de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice 7 :**

Montrer que l'équation (E) :  $1 + \sin x = x$  admet au moins une solution sur l'intervalle

$$I = \left[ \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3} \right]$$

**Exercice 8 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $I = \mathbb{R}^+$  par  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

- 1) Montrer que la fonction  $f$  admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  définie sur un intervalle  $J$  qu'il faut déterminer.
- 2) Déterminer  $f^{-1}(x)$  pour tout  $x$  de  $J$

**Exercice 9 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $I = ]1, +\infty[$  par  $f(x) = x^2 - 2x$

- 1) Montrer que la fonction  $f$  admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  définie sur un intervalle  $J$  qu'il faut déterminer.
- 2) Déterminer  $f^{-1}(x)$  pour tout  $x$  de  $J$

**Exercice 10 :**

Simplifier les nombres suivants :

$$A = \frac{\sqrt[5]{2} \times \sqrt{8}}{\sqrt[5]{128}} ; \quad B = \frac{1}{\sqrt[3]{3} + 1} ; \quad C = \frac{\sqrt[3]{4} \sqrt{8} \left( \sqrt{\sqrt{2}} \right)^2}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}} ; \quad D = \frac{1}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{3}}$$

**Exercice 11 :**

Calculer les limites suivantes :

- 1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2} - x$
- 2)  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 8}$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{2x+6} - \sqrt{x+3}}{x-1}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+3} - 2x + 4$$

$$5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-2}}$$

$$6) \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{\sqrt[4]{x^2-1}}{\sqrt{x-1}}$$

**Exercice 12 :**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 12 = 0$