

Limite et continuité

1 Continuité en un point

Exercice 1 Soit la fonction f définie par

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2} \quad \text{si } x \neq 2 \\f(2) &= 9\end{aligned}$$

1. Donner le domaine de définition de la fonction f .
2. Montrer que f est continue en 2.

Exercice 2 Soit la fonction g définie par

$$\begin{aligned}g(x) &= \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} \quad \text{si } x > 0 \\g(x) &= \frac{\sin(x)}{2x} \quad \text{si } x < 0 \\g(0) &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

1. Calculer $g(3)$, $g(-\pi)$
2. Montrer que la fonction g est continue en 0.

Exercice 3 Montrer que la fonction définie par

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\tan(x)} \quad \text{si } x \neq 0 \\f(0) &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

est continue en 0.

Exercice 4 Montrer que la fonction définie par

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{x^2 + x - 12}{x - 3} \quad \text{si } x \neq 3 \\f(3) &= 7\end{aligned}$$

est continue en 3.

Exercice 5 Montrer que la fonction définie par

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{2x + 1}{7 - 6x} \quad \text{si } x \leq 2 \\f(x) &= \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} \quad \text{si } x > 2\end{aligned}$$

est continue en 2.

Exercice 6 Déterminer les nombres réelles a et b pour que la fonction définie par

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{x^2 + x - a}{x - 1} \quad \text{si } x < 1 \\f(x) &= x^2 + b \quad \text{si } x \geq 1\end{aligned}$$

soit continue en 1.

Exercice 7 Soit la fonction définie par

$$\begin{aligned}f(x) &= 3x + 1 \quad \text{si } x > 0 \\f(x) &= -2 \sin(x) + 1 \quad \text{si } x \leq 0\end{aligned}$$

1. Est ce que la fonction f est continue en 0 ?
2. Est ce que la fonction f est continue en $\frac{-\pi}{2}$?

Exercice 8 On considère la fonction définie par

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{2 \sin(x^2)}{x} + 2 \quad \text{si } x > 0 \\f(x) &= x + 1 + m \quad \text{si } x \leq 0\end{aligned}$$

Déterminer la valeur de réel m pour que f soit continue en 0.