

الصفحة 1 4	<p>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية - خيار فرنسية الدورة العادية 2017 - الموضوع -</p>	<p>المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي</p> <p>المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه</p>
★★	NS 22F	

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسية	المعامل	7

## INSTRUCTIONS GENERALES

- L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

## COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace.	3 points
Exercice 2	Calcul de probabilités.	3 points
Exercice 3	Nombres complexes.	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques.	11 points

- Concernant le problème, ln désigne la fonction logarithme népérien.

الصفحة 2 4	NS 22F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2017 - الموضوع - مادة: الرياضيات - مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسية
------------------	--------	--

**Exercice 1 ( 3 points )**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère le plan  $(P)$  passant par le point  $A(0, 1, 1)$  et dont  $\vec{u}(1, 0, -1)$  est un vecteur normal et la sphère  $(S)$  de centre le point  $\Omega(0, 1, -1)$  et de rayon  $\sqrt{2}$

- 0.5 1) a) Montrer que  $x - z + 1 = 0$  est une équation cartésienne du plan  $(P)$
- 0.75 b) Montrer que le plan  $(P)$  est tangent à la sphère  $(S)$  et vérifier que  $B(-1, 1, 0)$  est le point de contact.
- 0.25 2) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$  passant par le point  $A$  et orthogonale au plan  $(P)$
- 0.75 b) Montrer que la droite  $(\Delta)$  est tangente à la sphère  $(S)$  au point  $C(1, 1, 0)$
- 0.75 3) Montrer que  $\overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{k}$  et en déduire l'aire du triangle  $OCB$

**Exercice 2 ( 3 points )**

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher portant chacune un nombre comme indiqué sur la figure ci-contre.  
On tire au hasard, simultanément, trois boules de l'urne.

0	2	2	2
0	1	2	4

- 1.5 1) Soit  $A$  l'événement : « Parmi les trois boules tirées, aucune boule ne porte le nombre 0 »  
et  $B$  l'événement : « Le produit des nombres portés par les trois boules tirées est égal à 8 »  
Montrer que  $p(A) = \frac{5}{14}$  et que  $p(B) = \frac{1}{7}$
- 2) Soit  $X$  la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le produit des nombres portés par les trois boules tirées.
- 0.5 a) Montrer que  $p(X = 16) = \frac{3}{28}$
- 1 b) Le tableau ci-contre concerne la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$   
Recopier sur votre copie et compléter le tableau en justifiant chaque réponse.

$x_i$	0	4	8	16
$p(X = x_i)$				$\frac{3}{28}$

الصفحة 3 4	NS 22F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2017 - الموضوع - مادة: الرياضيات - مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسية
------------------	--------	--

**Exercice 3 ( 3 points )**

On considère les nombres complexes  $a$  et  $b$  tels que  $a = \sqrt{3} + i$  et  $b = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i$

0.25 1) a) Vérifier que  $b = (1 + i)a$

0.5 b) En déduire que  $|b| = 2\sqrt{2}$  et que  $\arg b \equiv \frac{5\pi}{12} [2\pi]$

0.5 c) Déduire de ce qui précède que  $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points  $A$  et  $B$  d'affixes respectives  $a$  et  $b$  et le point  $C$  d'affixe  $c$  telle que  $c = -1 + i\sqrt{3}$

0.75 a) Vérifier que  $c = ia$  et en déduire que  $OA = OC$  et que  $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

0.5 b) Montrer que le point  $B$  est l'image du point  $A$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{OC}$

0.5 c) En déduire que le quadrilatère  $OABC$  est un carré.

**Problème ( 11 points )**

I- Soit  $g$  la fonction numérique définie sur l'intervalle  $]0, +\infty[$  par :  $g(x) = x^2 + x - 2 + 2\ln x$

0.25 1) Vérifier que  $g(1) = 0$

1 2) A partir du tableau de variations de la fonction  $g$  ci-dessous :

$x$	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

Montrer que  $g(x) \leq 0$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0, 1]$

et que  $g(x) \geq 0$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[1, +\infty[$

II-On considère la fonction numérique  $f$  définie sur l'intervalle  $]0, +\infty[$  par:  $f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x$

Soit  $(C)$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité: 1 cm)

0.5 1) Montrer que  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$  et interpréter géométriquement le résultat.

0.25 2) a) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.75 b) Montrer que la courbe  $(C)$  admet au voisinage de  $+\infty$  une branche parabolique de direction asymptotique celle de la droite  $(D)$  d'équation  $y = x$

الصفحة 4	NS 22F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2017 - الموضوع - مادة: الرياضيات - مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسية
-------------	--------	--

- 1 3) a) Montrer que  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0, +\infty[$
- 0.75 b) Montrer que  $f$  est décroissante sur l'intervalle  $]0, 1]$  et croissante sur l'intervalle  $[1, +\infty[$
- 0.25 c) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0, +\infty[$
- 0.5 4) a) Résoudre dans l'intervalle  $]0, +\infty[$  l'équation  $\left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x = 0$
- 0.5 b) En déduire que la courbe  $(C)$  coupe la droite  $(D)$  en deux points dont on déterminera les coordonnées.
- 0.75 c) Montrer que  $f(x) \leq x$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[1, 2]$  et en déduire la position relative de la courbe  $(C)$  et la droite  $(D)$  sur l'intervalle  $[1, 2]$
- 1 5) Construire, dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , la droite  $(D)$  et la courbe  $(C)$  (On admettra que la courbe  $(C)$  possède un seul point d'inflexion dont l'abscisse est comprise entre 2,4 et 2,5)
- 0.5 6) a) Montrer que  $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} (\ln 2)^2$
- 0.25 b) Montrer que la fonction  $H : x \mapsto 2 \ln x - x$  est une fonction primitive de la fonction  $h : x \mapsto \frac{2}{x} - 1$  sur l'intervalle  $]0, +\infty[$
- 0.5 c) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que  $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right) \ln x dx = (1 - \ln 2)^2$
- 0.5 d) Calculer, en  $cm^2$ , l'aire du domaine plan limité par la courbe  $(C)$ , la droite  $(D)$  et les droites d'équations  $x=1$  et  $x=2$
- III-On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie par :
- $u_0 = \sqrt{3}$  et  $u_{n+1} = f(u_n)$  pour tout entier naturel  $n$
- 0.5 1) Montrer par récurrence que  $1 \leq u_n \leq 2$  pour tout entier naturel  $n$
- 0.5 2) Montrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante (on pourra utiliser le résultat de la question II-4)c))
- 0.75 3) En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente et déterminer sa limite.